

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИЗВЕСТИЯ
АКАДЕМИИ НАУК СССР
ФИЗИКА ЗЕМЛИ

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

5

МОСКВА · 1971

УДК 550.831

М. С. ЖДАНОВ

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ
В КРИВОЛИНЕЙНЫХ ОБЛАСТЯХ
(ДВУМЕРНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОЛЯ)

Аналитическое продолжение потенциальных полей является одним из наиболее эффективных методов при интерпретации гравитационных и магнитных аномалий, так как позволяет решать не только качественные задачи геологического истолкования аномалий, но и количественные задачи — определение положения источников потенциальных полей.

До недавнего времени исследовалась лишь одна частная задача аналитического продолжения: продолжение поля, гармонического во всей верхней полуплоскости, с горизонтальной прямой на горизонтальную же прямую, проходящую выше ближайшей к поверхности наблюдения особенности поля.

В такой постановке методы аналитического продолжения, естественно, не могли охватить весь круг встречающихся на практике задач. Действительно, реальные границы раздела двух сред с различными физическими свойствами являются криволинейными границами, реальные поверхности наблюдения также являются криволинейными поверхностями, поэтому, вполне естественно, при решении практических задач возникла необходимость построения методов аналитического продолжения в более общей постановке, а именно, продолжения поля с произвольной поверхности наблюдения в произвольные криволинейные области нижнего полупространства.

Исследование такой обобщенной задачи аналитического продолжения предполагает решение следующих двух частных задач:

А. Задача аналитического продолжения с криволинейного уровня на горизонтальную прямую.

Б. Задача аналитического продолжения с горизонтальной прямой на криволинейный уровень.

Из этих двух задач более подробно исследовалась проблема А. Решению этой проблемы посвящены работы М. С. Молоденского [1], В. И. Аронова [2], М. А. Алексидзе [3], В. О. Сергеева [4], Н. К. Ступака и Г. Я. Голыздры [5] и целого ряда других авторов.

Наименее изучена задача Б, исследованию которой и посвящена настоящая работа.

Решение такого рода задач, т. е. задач аналитического продолжения в криволинейные области поля, заданного на горизонтальной прямой, сравнительно недавно привлекло внимание геофизиков.

Впервые задача об аналитическом продолжении во внешность круга рассматривалась И. Г. Неделюковым и П. Х. Бырневым в 1962 г. [6].

В 1969 г. В. М. Девичиным опубликован способ, позволяющий осуществлять аналитическое продолжение в «области более широкие, чем горизонтальная полоса». Этот способ основывается на методе Миттаг — Лефлера суммирования расходящихся рядов [7].

В несколько иной постановке аналогичная задача рассматривалась К. П. Соколовским [8].

Несколько методов решения указанной задачи предложено В. Н. Страховым [9]. Один из рассмотренных В. Н. Страховым подходов основывается на использовании аппарата гасящих функций, другой опирается на теорию вычетов, что дает возможность строить приближенные решения в виде рядов через значения функции в некоторой сети узлов на оси OX .

Нам предлагается метод решения задачи аналитического продолжения поля в криволинейные области, позволяющий перенести на случай криволинейной задачи все те приемы, методы и вычислительные схемы, которые известны для линейного случая (т. е. задачи аналитического продолжения в горизонтальную полосу). Подобие методов аналитического продолжения в произвольные области и в горизонтальную полосу опирается на аппарат криволинейных спектральных преобразований, который является развитием метода отображений, предложенного Г. М. Воскобойниковым в связи с задачей определения положения особых точек поля [10].

1. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Обозначим через Π_Γ верхнюю полуплоскость комплексной плоскости Ω , ограниченную жордановой кривой Γ , проходящей через бесконечно удаленную точку (рис. 1)

$$\Gamma: \Omega = \Omega(t), \quad a < t < b,$$

причем

$$f_1 \leq \text{Im } \Omega(t) \leq 0, \quad f_1 = \text{const.}$$

Пусть на оси OX нам заданы значения некоторой комплекснозначной функции $W(\Omega)$, аналитической всюду, кроме конечной области $D \subset \text{СП}_\Gamma$ (где СП_Γ — дополнение области Π_Γ до всей комплексной плоскости Ω).

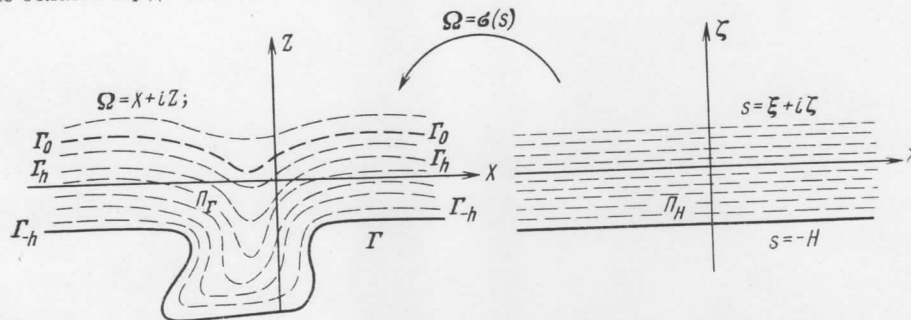


Рис. 1. Конформное отображение полуплоскости Π_Γ с криволинейной границей Γ на полуплоскость Π_H , ограниченную горизонтальной прямой

Произведем замену переменных

$$\Omega = \sigma(s), \quad s = \xi + i\zeta,$$

причем такую, что

$$\sigma(\infty) = \infty.$$

Рассмотрим координатные линии новой системы координат:

$$\Gamma_h: \Omega = \sigma(\xi + ih), \quad -\infty < \xi < +\infty;$$

h — параметр координатной линии: $\infty > h \geq -H$,

$$S_q: \Omega = \sigma(q + i\zeta), \quad \infty > \zeta \geq -H;$$

q — параметр координатной линии: $-\infty < q < \infty$.

Потребуем, чтобы $\Gamma = \Gamma_{-H}: \Omega = \sigma(\xi - iH)$; $H > 0$.

Назовем криволинейным комплексным спектром функции $W(\Omega)$ вдоль кривой Γ_h следующий интеграл (если последний существует)

$$K_h(\omega) = \int_{\Gamma_h} \frac{W(\Omega)}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(\Omega))} e^{-i\omega[\sigma^{-1}(\Omega) - ih]} d\Omega. \quad (1)$$

Если в качестве функции $\sigma(s)$ рассмотреть конформное отображение полуплоскости $\text{Im } s \geq -H$ на полуплоскость Π_Γ , то интеграл (1) всегда существует (при условии $W(\Omega) \rightarrow 0$ при $\Omega \rightarrow \infty$) в силу аналитичности функции $W(\Omega)$.

Выражение $K_h(\omega)$ обладает следующим свойством:

$$K_{h_2}(\omega) = e^{-\omega(h_2 - h_1)} K_{h_1}(\omega), \quad (2)$$

или

$$K_{-h}(\omega) = e^{\omega h} K_0(\omega), \quad (3a)$$

$$K_h(\omega) = e^{-\omega h} K_0(\omega). \quad (3b)$$

Из (3a, 3b) видно, что частотные характеристики пересчета поля с криволинейного уровня на криволинейный же уровень полностью аналогичны частотным характеристикам пересчета поля с горизонтальной прямой на горизонтальную прямую.

Подобно тому, как и в обычной теории преобразования Фурье, справедлива формула обращения криволинейного спектрального преобразования

$$W(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty K_h(\omega) e^{i\omega[\sigma^{-1}(\Omega) - ih]} d\omega. \quad (4)$$

Доказательство соотношения (4) полностью повторяет линейную теорию.

Наконец, в криволинейном случае справедливо равенство, являющееся аналогом равенства Парсеваля:

$$\int_{\Gamma_h} \frac{\overline{W(\Omega)} W(\Omega)}{\left| \frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(\Omega)) \right|} |d\Omega| = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} K_h(\omega) \overline{K_h(\omega)} d\omega. \quad (5)$$

2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОРМУЛЫ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ В КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ОБЛАСТИ

В рассматриваемом методе возможны два подхода к построению вычислительных схем для аналитического продолжения.

Первый подход полностью базируется на той идее, что для аналитического продолжения вниз в криволинейную область следует использовать те же вычислительные схемы, которые уже применяются для линейного случая, а именно процесс аналитического продолжения вниз разбивается на 2 этапа:

1. Аналитическое продолжение вверх на некоторую координатную линию Γ_0 .
 2. Аналитическое продолжение вниз с координатной линии Γ_0 на линию Γ_{-h} .
- Первый этап реализуется с помощью обычных методов аналитического продолжения вверх. Рассмотрим подробно второй этап. Подставляем в (4) равенство (3б), получим

$$W(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} K_0(\omega) e^{i\omega\sigma^{-1}(\Omega)} d\omega. \quad (6)$$

Формулу (6) можно преобразовать следующим образом:

$$W(\sigma(\xi_0 - ih)) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{\omega h} e^{i\omega\xi}, \int_{-\infty}^{+\infty} W(\sigma(\xi)) e^{-i\omega\xi} d\xi d\omega. \quad (7)$$

Формула (7) представляет собой обычную интегральную формулу для аналитического продолжения вниз функции $W(\sigma(s))$.

Таким образом, аналитическое продолжение с криволинейного уровня Γ_{h_2} функции $W(\Omega)$ может быть осуществлено путем обычного продолжения с горизонтальной прямой $s = \xi + ih_1$ на горизонтальную прямую $s = \xi + ih_2$ функции $\tilde{W}(s) = W(\sigma(s))$.

Отсюда следует, что все существующие вычислительные схемы для аналитического продолжения в горизонтальный слой могут быть применены без всяких изменений для аналитического продолжения функции $W(\Omega)$ в криволинейную область. Здесь уместно отметить, что соотношения (6) и (7) могут быть использованы для аналитического продолжения поля, заданного на криволинейном рельефе, в верхнее и нижнее полупространства. Для этого необходимо использовать такую функцию $\sigma(s)$, которая порождает изолинию Γ_0 , совпадающую с кривой рельефа. Указанная модификация метода обладает определенными преимуществами по сравнению с существующими методами [2, 3, 4], так как позволяет использовать стандартные вычислительные схемы аналитического продолжения для редуцирования полей в горной местности. К недостаткам метода следует отнести сложность построения соответствующей функции $\sigma(s)$ в случае произвольного рельефа (по существу, здесь возникает та же проблема, что и в работе [5]).

Второй подход к решению задачи аналитического продолжения заключается в следующем. Рассмотрим соотношение (6). Раскроем значение величины $K_0(\omega)$:

$$K_0(\omega) = \int_{\Gamma_0} \frac{W(\tau)}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(\tau))} e^{-i\omega\sigma^{-1}(\tau)} d\tau. \quad (8)$$

Выражение (8) можно преобразовать следующим образом (в силу аналитичности подынтегрального выражения):

$$K_0(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W(x)}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(x))} e^{-i\omega\sigma^{-1}(x)} dx. \quad (9)$$

Тогда соотношение (6) примет вид

$$W(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{i\omega\sigma^{-1}(\Omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{W(x) e^{-i\omega\sigma^{-1}(x)}}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(x))} dx d\omega. \quad (10)$$

Таким образом, во втором подходе начальный этап первого подхода выполняется аналитически. Формула (10) является обобщением известной интегральной формулы аналитического продолжения комплексно-аналитической функции в горизонтальный слой на криволинейный случай.

Руководствуясь идеями А. А. Заморева [11], формулу (10) можно преобразовать к виду

$$W(\Omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{i\omega\sigma^{-1}(\Omega)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{U(x) e^{-i\omega\sigma^{-1}(x)}}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(x))} dx d\omega, \quad (11)$$

где $U(x)$ — действительная часть комплексно-аналитической функции $W(\Omega)$, заданной на вещественной оси.

Формула (11) в теории аналитического продолжения в криволинейные области играет такую же фундаментальную роль, как обычная интегральная формула А. А. Заморева [11] в теории продолжения в горизонтальную полосу. На базе формулы (11) могут быть построены разнообразные вычислительные схемы для аналитического продолжения, к описанию которых мы сейчас и переходим (в частности, некоторые результаты, полученные в работе [9] с помощью теории вычетов, могут быть легко выведены из соотношения (11)).

3. ПОСТРОЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СХЕМ ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЖЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ В КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ОБЛАСТИ

Рассмотрим некоторые вычислительные схемы, которые могут быть получены на базе соотношения (11). Ограничиваясь во внешнем интеграле в выражении (11) граничной частотой $\omega_{гр} = \pi / \Delta x$ и проводя интегрирование по x методом прямоугольников с шагом Δx , получим

$$W(\Omega) = \frac{\Delta x}{\pi} \sum_{n=-N}^N \frac{\left\{ 1 - \exp \left[\frac{i\pi}{\Delta x} \sigma^{-1}(\Omega) - \sigma^{-1}(n \cdot \Delta x) \right] \right\} U(n \cdot \Delta x)}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(n \cdot \Delta x)) [\sigma^{-1}(n \cdot \Delta x) - \sigma^{-1}(\Omega)]}. \quad (12)$$

Отметим, что при $\sigma \equiv s$ формула (12) превращается в известную формулу Рейнбоу, поэтому ее можно назвать обобщенной формулой Рейнбоу* [12]. Перепишем формулу (11) в виде

$$W(\Omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{U(x)}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(x))} \int_0^{\infty} e^{i\omega[\sigma^{-1}(\Omega) - \sigma^{-1}(x)]} d\omega dx. \quad (13)$$

Предположим, что функция $U(x)$ отлична от нуля лишь на конечном отрезке оси Ox : $(-L, L)$. Вычислим приближенно внутренний интеграл в (13) с шагом $\Delta\omega = \pi/L$:

$$W(\Omega) = \frac{1}{L} \int_{-L}^L \frac{U(x)}{\frac{d\sigma}{ds}(\sigma^{-1}(x))} \sum_{k=0}^N e^{i\pi k \frac{\sigma^{-1}(\Omega) - \sigma^{-1}(x)}{L}} dx, \quad (14)$$

или, вводя обозначения

$$\lambda_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^L U(x) e^{-i\pi k \frac{\sigma^{-1}(x)}{L}} dx, \quad (15)$$

получим

$$W(\Omega) = \sum_{k=0}^N \lambda_k e^{i\pi k \frac{\sigma^{-1}(\Omega)}{L}}. \quad (16)$$

Соотношение (16) является обобщением на криволинейный случай известной формулы Теубои и Фусчиды [13]. Эта формула удобна тем, что результат не зависит от выбора уровня нормального поля.

* Другим путем формула, аналогичная соотношению (12), была получена ранее В. Н. Страховым [9], однако в формуле В. Н. Страхова фигурирует конформное отображение горизонтальной криволинейной полосы на вертикальную полосу, а не криволинейной полуплоскости на полуплоскость, ограниченную горизонтальной прямой, как в нашем случае.

Подобно тому, как это было сделано выше, на криволинейный случай могут быть обобщены другие известные методы аналитического продолжения в горизонтальный слой (методы Б. А. Андреева [14], Г. Я. Голлэдры [15, 16], В. Н. Страхова [17] и др.). Таким образом, основная тяжесть решения задачи об аналитическом продолжении потенциального поля с горизонтальной прямой в криволинейную область переносится на построение функции $\sigma(s)$, фигурирующей во всех приведенных выше формулах.

4. НЕКОТОРЫЕ КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ОБЛАСТИ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

Методы построения функций $\sigma(s)$, осуществляющей конформное отображение верхней полуплоскости, ограниченной кривой Γ , на верхнюю полуплоскость, ограниченную горизонтальной прямой, развиты достаточно глубоко и описаны в соответствующей литературе [18, 19]. Ниже мы рассмотрим некоторые типичные и важнейшие с точки зрения геофизических приложений криволинейные области и соответствующие им конформные отображения.

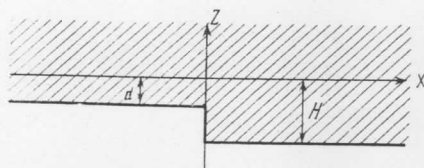


Рис. 2. Вертикальная ступень

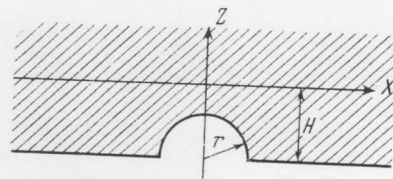


Рис. 3. Полуциркулярный выступ (антиклинальная складка)

А. Вертикальная ступень (рис. 2). Функция $\sigma(s)$ имеет вид

$$\sigma(s) = -iH + \frac{H-d}{\pi} [(s^2-1)^{1/2} + \text{Arch } s], \quad (17)$$

H — глубина залегания нижней кромки ступени, d — высота ступени.

В. Полуциркулярный выступ (антиклинальная складка) (рис. 3).

$$\sigma(s) = -iH + r[s + \sqrt{s^2-1}], \quad (18)$$

H — глубина основания выступа, r — радиус выступа.

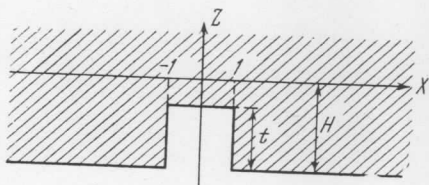


Рис. 4. Прямоугольный выступ

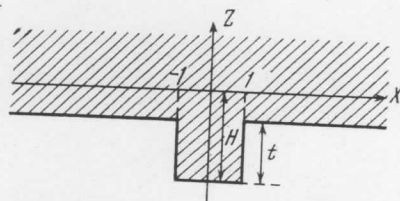


Рис. 5. Прямоугольная впадина

С. Прямоугольный выступ (рис. 4)

$$\sigma(s) = -iH + \frac{E(\Phi, \kappa) - \kappa^2 F(\Phi, \kappa)}{E - \kappa^2 K}, \quad (19)$$

где $E(\Phi, \kappa)$ и $F(\Phi, \kappa)$ — неполные эллиптические интегралы второго и первого рода соответственно; $\Phi = \sin^{-1} s / \kappa$; Φ — амплитуда; E, K — полные эллиптические интегралы при модуле κ ; κ определяется из соотношения

$$t = \frac{E' - \kappa^2 K'}{E - \kappa^2 K} = f(\kappa),$$

где E' и K' — полные эллиптические интегралы при дополнительном модуле κ_1 ; H — глубина залегания основания выступа; t — высота выступа.

Д. Прямоугольная впадина (рис. 5)

$$\sigma(s) = -iH + \frac{E(\Phi, \kappa)}{E}, \quad (20)$$

где x определяется из уравнения

$$t = \frac{K' - E'}{E} = f(x),$$

t — глубина впадины от верхней кромки, H — глубина залегания нижней границы впадины.

С помощью указанных выше четырех типов отображений можно решать целый ряд практических задач. Например, области типа A могут быть использованы для решения задачи об аналитическом продолжении аномальных полей на ступенчатую поверхность кристаллического фундамента. Области типа B и C необходимы для построения значений поля в окрестности рудных тел, выступов на поверхности фундамента, в окрестности соляных куполов и т. д.

Наибольший интерес представляет использование областей типа D . Действительно, любую криволинейную границу можно аппроксимировать ступенчатой границей, поэтому задача аналитического продолжения в криволинейную область может быть сведена к аналитическому продолжению в ряд прямоугольных «колодцев», заполняющих собой криволинейную область (при условии, что любая вертикальная прямая пересекает криволинейную границу области только один раз). Последняя задача решается с помощью областей типа D .

5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ ПРОДОЛЖЕНИИ В КРИВОЛИНЕЙНУЮ ОБЛАСТЬ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ БЕСКОНЕЧНОЙ ПРИЗМЫ

Изложенная выше методика аналитического продолжения поля в криволинейные области была опробована для аналитического продолжения гравитационного поля прямоугольной призмы бесконечного простирания по оси OY . Сечение призмы было задано в виде квадрата $0,5 \text{ км} \times 0,5 \text{ км}$, нижняя кромка которого погружена на глубину 1 км от поверхности наблюдения (оси OX); избыточная плотность σ принята равной 1 .

Рассмотрим задачу аналитического продолжения вертикальной производной гравитационного потенциала призмы $V_z(x, 0)$, заданной на оси OX , в криволинейную область, прилегающую к оси OX и ограниченную полуокружностью радиуса $R = 0,6 \text{ км}$ с центром, лежащим на середине нижней грани призмы, и прямой $z = -1 \text{ км}$, параллельной оси OX (рис. 6).

Конформное отображение полуплоскости $\text{Im } s > -1$ на верхнюю часть плоскости Ω , ограниченную указанной выше кривой, задается следующим образом (см. 4):

$$\Omega = \sigma(s) = -0,4i + 0,6[s + \sqrt{(s+i)^2 - 1}],$$

или в координатной форме

$$x = 0,6 \left[\xi + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{V \sqrt{(\xi^2 + 2\xi + \zeta^2)^2 + 4(1 + \zeta)^2 + \xi^2} - (1 + \zeta)^2 - 1} \right],$$

$$z = -0,4 + 0,6 \left[\zeta + \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{V \sqrt{(\xi^2 + 2\xi + \zeta^2)^2 + 4(1 + \zeta)^2} - \xi^2 + (1 + \zeta)^2 + 1} \right].$$

Обозначим через $\Gamma_0, \Gamma_{-0,2}, \Gamma_{-0,4}, \Gamma_{-0,6}, \Gamma_{-0,8}$ кривые линии, являющиеся образами при отображении прямых: $\xi = 0; \xi = -0,2, \xi = -0,4, \xi = -0,6, \xi = -0,8$.

Решение задачи об аналитическом продолжении поля $V_z(x, 0)$ призмы в указанную криволинейную область осуществляется в два этапа. На первом этапе поле призмы, заданное вдоль оси OX в 100 точках с шагом 200 м , пересчитывается в точки кривой Γ_0 , являющиеся образами 100 точек оси $O\xi$, заданных равномерно с шагом также в 200 м . Так как кривая Γ_0 расположена выше оси OX и нигде не пересекает этой оси, то вычисления значений поля $V_z(x, z)$ в отсчетных точках кривой Γ_0 можно осуществить с помощью любого известного метода аналитического продолжения в верхнее полупространство (например, может быть использован метод лучевых диаграмм Б. А. Андреева [20]).

На втором этапе осуществляется собственно пересчет поля в нижнее полупространство. При этом значения поля $V_z(x, z)$ в отсчетных точках кривой Γ_0 рассматриваются как значения некоторой гармонической функции $V_z(\xi, 0)$, заданные в равномерно распределенной сети точек оси $O\xi$ (прообразы отсчетных точек кривой Γ_0). Функция $V_z(\xi, 0)$ с помощью вычислительной схемы, разработанной М. И. Лапиной и В. Н. Страховым [21], была нами аналитически продолжена в нижнее полупространство последовательно на уровни $\zeta = -0,2; \zeta = -0,4; \zeta = -0,6; \zeta = -0,8$ (схема последовательного пересчета со сглаживанием). Расчеты проводились на ЭВМ «БЭСМ-4». Графики аналитически продолженной функции приведены на рис. 6.

Полученные значения $V_z(\xi, \zeta)$ соответствуют, согласно общей теории, значениям функции $V_z(x, z)$ на кривых $\Gamma_{-0,2}, \Gamma_{-0,4}, \Gamma_{-0,6}, \Gamma_{-0,8}$. Таким образом, осуществляя аналитическое продолжение функции $V_z(\xi, \zeta)$, мы тем самым восста-

навливаем значения исходной функции $V_z(x, z)$ в криволинейной области. Значения аналитически продолженной функции нанесены на соответствующие точки кривых Γ и построена карта изолиний поля $V_z(x, z)$ с сечением 0,5 мгл.

Построенная карта изолиний в вертикальной плоскости показывает, что с помощью разработанной методики удается продолжить поле с боков ниже верхней кромки залегания возмущающих масс. Если бы мы осуществляли эту операцию с помощью обычных методов аналитического продолжения вниз, то при погружении

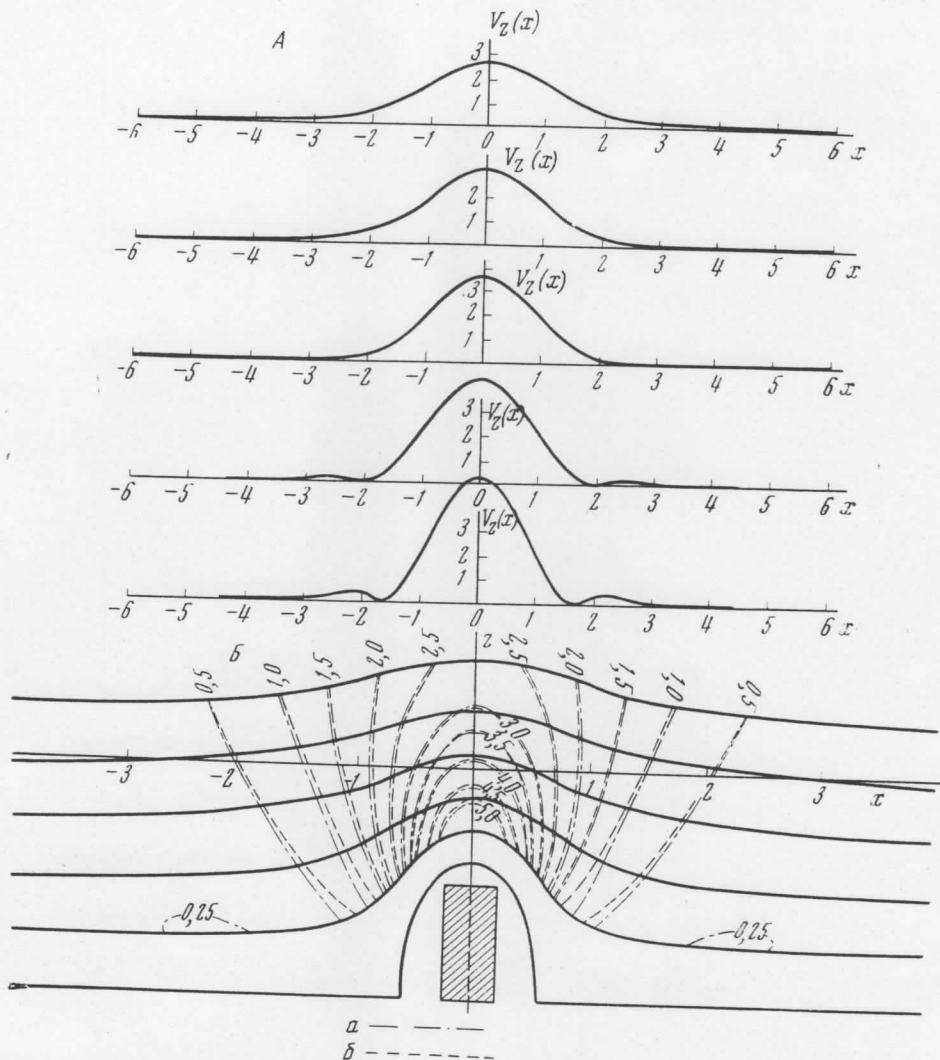


Рис. 6. Аналитическое продолжение в криволинейную область гравитационного поля прямоугольной призмы бесконечного простираения по оси OY :

А — графики $V_z(x)$ вдоль криволинейных координатных линий; Б — карта изолиний поля $V_z(x, z)$ в вертикальной плоскости; а — изолинии поля $V_z(x, z)$ в вертикальной плоскости, полученные в результате аналитического продолжения в нижнее полупространство; б — изолинии поля $V_z(x, z)$, полученные путем расчета прямого гравитационного эффекта от призмы. Отношение вертикального масштаба к горизонтальному равно двум

ниже уровня залегания ближайшей к оси OY особенности поля наблюдался бы эффект «распадения» поля [22]. В нашем же случае этот эффект начинает проявляться не при превышении глубины ближайшей особой точки, а тогда, когда изолинии Γ начинают приближаться к особым точкам поля. Поэтому удается относительно устойчиво продолжить поле с боков призмы за возмущающие массы.

На рис. 6 приведены также изолинии поля, построенные в результате расчета прямого эффекта от призмы. Сравнение значений поля, найденных в результате аналитического продолжения и расчета прямого эффекта, указывает на хорошее согласование этих величин.

В общем случае погрешность рассматриваемого метода складывается из следующих двух погрешностей: а) погрешности используемого метода пересчета поля на высоту; б) погрешности используемого метода пересчета поля на горизонтальные уровни нижней полуплоскости. Применяя на каждом из перечисленных двух этапов «оптимальные» вычислительные схемы (т. е. приводящие к наименьшим погрешностям), получим «оптимальную» вычислительную схему для продолжения на криволинейную границу. Таким образом, в предлагаемом методе заложена возможность конструирования «наилучших» алгоритмов для аналитического продолжения в криволинейные области. В этом состоит одно из важных преимуществ данного метода по сравнению с существующими [7, 8, 9].

Наконец, достоинством метода, на наш взгляд, является и то, что он не требует обязательной разработки новых вычислительных схем, а использует уже имеющиеся алгоритмы (изменяется лишь методика подготовки исходных данных), поэтому этот метод в принципе может быть легко внедрен в практику геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий.

Московский институт
Гидротехнической и газовой промышленности
им. И. М. Губкина

Поступила
11 II 1970

Литература

1. Молоденский М. С. Внешнее гравитационное поле и фигура физической поверхности Земли. Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз., № 3, 1948.
2. Аронов В. И. Редукция аномалий силы тяжести в горной области на плоскость с помощью электронных вычислительных машин. Сб. ОНТИ — ВИЭС, Мин-во геологии СССР, вып. 23, 1965.
3. Алексидзе М. А. Редукция силы тяжести. «Мецниереба», Тбилиси, 1967.
4. Сергеев В. О. Пересчет в верхнее полупространство аномалий вертикальной составляющей магнитного поля, заданной на сложном рельефе. Сб. «Некоторые методы и алгоритмы интерпретации геофизических данных». «Наука», 1967.
5. Ступак Н. К., Голиздра Г. Я. Приведение двумерных магнитных и гравитационных аномалий к единому уровню. Сб. «Разведочная и промысловая геофизика», вып. 44. Гостоптехиздат, 1962.
6. Недялков И. П., Бырнев П. X. Аналитическое продолжение гравитационных аномалий. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1963.
7. Девицин В. М. Об аналитическом продолжении в области более широкие, чем горизонтальная полоса. Сб. «Прикладная геофизика», вып. 55. «Недра», 1969.
8. Соколовский К. П. Про розв'язок задачі аналітичного продовження потенціалних полів у боковий півпростір на основі поліноміальних розкладів. Доповіді АН УРСР Б, № 8, 722—725, 1969.
9. Страхов В. Н. Об аналитическом продолжении двумерных потенциальных полей в произвольные области нижней полуплоскости, примыкающие к оси ОХ. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 6, 1970.
10. Воскобойников Г. М. Интегральные преобразования и расположение особенностей логарифмического потенциала. Изв. АН СССР, Физика Земли, № 1, 1965.
11. Заморев А. А. Исследование двумерной обратной задачи теории потенциала. Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз., № 4—5, 1941.
12. Rainbow H. The interpretation of torsion balance data. World Petroleum Congress VI, London, 1934.
13. Tsuboi and Fuschida. Relation between gravity values and corresponding subterranean mass distribution. Bul. Earthquake Res. Inst. Tokyo Imperial University, XV, part 3, September, 1937.
14. Андреев Б. А. Расчеты пространственного распределения аномальных полей и их использование в разведочной геофизике. Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз., № 3, 1949.
15. Голиздра Г. Я. О построении вычислительных схем для аналитического продолжения двумерных потенциальных полей при помощи интерполирования по Лагранжу. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 1964.
16. Голиздра Г. Я. О вычислительных схемах для аналитического продолжения двумерных потенциальных полей на основе интерполирования. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 6, 1964.
17. Страхов В. Н. К вопросу о построении наилучших вычислительных схем для трансформаций потенциальных полей. Ч. I—IV. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 12, 1963; № 1 и 2, 1964.
18. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. «Наука», 1968.
19. Фукс Б. А., Шабат Б. В. Функции комплексного переменного. «Наука», 1964.
20. Андреев Б. А., Клушин И. Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. «Недра», 1965.
21. Лапина М. И. Система программ для трансформаций потенциальных полей на БЭСМ-4. Ин-ут физики Земли АН СССР, 1970.
22. Корнейчук А. А., Литвиненко О. К. Некоторые результаты пересчета аномалий силы тяжести в нижнее полупространство с помощью электронных машин. Сб. «Геофизические исследования», вып. 1. Изд-во МГУ, 1964.