АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА

№ 12

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
НОВОСИБИРСК
1973

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА
№ 12 1973

М. С. ЖДАНОВ

О СВОЙСТВАХ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОТЕНЦИАЛА ТРЕХМЕРНОГО ОДНОРОДНОГО ТЕЛА

Значительные успехи, достигнутые за последнее десятилетие в теории логарифмического потенциала, связаны прежде всего с эффективным использованием аппарата теории функций комплексного переменного и, в частности, теории интеграла Коши. В то же время, наметившееся отставание в развитии теории трехмерного гравитационного потенциала объясняется в первую очередь отсутствием соответствующего математического аппарата. В работе [3] отмечалось, что указанный пробел может быть ликвидирован путем использования для анализа трехмерных потенциальных полей «приведенной» теории Монсила-Теодореску. На базе этой теории могут быть получены интегральные представления потенциальных полей, являющиеся трехмерными аналогами интегралов типа Коши [1]. Применение трехмерных аналогов интегралов типа Коши к теории гравитационного потенциала позволяет обобщить на трехмерный случай целый ряд результатов, полученных ранее для плоских полей [2, 4—6].

В статье рассматривается частный, но в то же время наиболее важный случай, когда объем возмущающего тела заполнен массами с однородной плотностью σ. Для этого случая получены новые интегральные представления производных гравитационного потенциала в виде трехмерных аналогов интегралов типа Коши по поверхности возмущающих тел и изучены их свойства.

Запишем выражение для производных гравитационного потенциала произвольного тела конечного объема V, заполненного массами постоянной положительной плотности σ:

$$u_{,\alpha}(x) = \gamma\sigma \iiint\limits_{V} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\frac{1}{r(x, y)}\right) dv_y, \tag{1}$$

где γ — гравитационная постоянная, x — точка наблюдений с координатами в прямоугольной декартовой системе (x_1, x_2, x_3), y — текущая точка интегрирования с декартовыми координатами

$$(y_1, y_2, y_3); \quad u_{,\alpha}(x) = \partial/\partial x_\alpha\, u(x); \ \alpha = 1, 2, 3$$
$$r(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2}.$$

Сведем вычисление интеграла (1) к вычислению поверхностного интеграла по поверхности S, ограничивающей объем V*. Для этого, следуя [3], воспользуемся тождеством

$$\frac{\partial}{\partial y_l}\left[\Delta_\alpha^\beta\right|^{kl} f_{,k}\cdot g_{,\beta}] = f_{,\alpha}\Delta g + g_{,\alpha}\Delta f; \tag{2}$$
$$\alpha, \beta, k, l = 1, 2, 3.$$

(2)**

* Поверхность S предполагается кусочно-гладкой.

** В выражении (2), как и всюду далее, подразумевается суммирование по повторяющимся индексам.

где $f=f(y_1, y_2, y_3)$; $g=g(y_1, y_2, y_3)$ — произвольные дважды непрерывно дифференцируемые в V функции;

$$f_{,k} = \partial/\partial y_k f; \quad f_{,kl} = \partial^2/\partial y_k \partial y_e f;$$

$\Delta_\alpha^\beta|^{kl}$ — четырехиндексная матрица, определяемая соотношениями

$$\Delta_\alpha^\beta|^{\alpha l} = \delta_\beta^l = \begin{cases} 1; & l=\beta; \\ 0; & l \neq \beta; \end{cases} \quad \alpha, \beta, l = 1, 2, 3;$$

$$\Delta_\alpha^\beta|^{\hat{k}l} = \delta_\alpha^\beta \delta_{\hat{k}}^l - \delta_{\hat{k}}^\beta \cdot \delta_\alpha^l; \quad \hat{k} \neq \alpha; \quad \alpha, \beta, l = 1, 2, 3.$$

Интегрируя тождество (2) по всему объему V и применяя к левой части тождества теорему Остроградского-Гаусса, получим

$$\iint\limits_S \Delta_\alpha^\beta|^{kl} f_{,k} \cdot g_{,\beta} \nu_l ds_y = \iiint\limits_V (f_{,\alpha} \cdot \Delta g + g_{,\alpha} \Delta f)\, dv_y; \tag{3}$$

где ν_l — единичный вектор внешней нормали к поверхности S в точке $y \in S$.

Положим $g = \frac{1}{6}(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)\gamma\sigma$.

$$f = \frac{1}{r(x, y)} = \frac{1}{|x-y|}. \tag{4}$$

Подставляя (4) в (3), находим

$$\frac{\gamma\sigma}{3} \iint\limits_S \Delta_\alpha^\beta|^{kl} y_\beta \frac{x_k - y_k}{|x-y|^3} \nu_l ds_y = -\gamma\sigma \iiint\limits_V \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\frac{1}{r(x, y)}\right) dv_y; \tag{5}$$

Сравнивая (5) с (1), получаем окончательно

$$u_{,\alpha}(x) = -\frac{\gamma\sigma}{3} \iint\limits_S \Delta_\alpha^\beta|^{kl} y_\beta \frac{x_k - y_k}{|x-y|^3} \nu_l ds_y. \tag{6}$$

Таким образом, мы свели задачу вычисления производных гравитационного потенциала к интегрированию по поверхности S, ограничивающей объем возмущающего тела.

Отметим, что аналогичным образом путем соответствующего выбора функции g может быть получен целый ряд других представлений для производных гравитационного потенциала. В частности, если положить

$$g = \frac{1}{2}[(x_\alpha - y_\alpha)^2 - (x_{m_1} - y_{m_1})^2 - (x_{m_2} - y_{m_2})^2]\,\gamma \cdot \sigma, \tag{7}$$

где $m_1 \neq m_2$; $\alpha \neq m_1$; $\alpha \neq m_2$,
то после подстановки (7) в (3) придем к известному соотношению, полученному ранее другим путем в [8]

$$u_{,\alpha}(x) = \gamma\sigma \iint\limits_S \frac{\nu_\alpha}{|x-y|} ds_y. \tag{8}$$

В настоящей работе мы будем использовать представление (6), поскольку, как будет показано, интеграл, стоящий в правой части (6), представляет собой трехмерный аналог интеграла типа Коши.

Действительно, рассмотрим следующее выражение:

$$q_{,\alpha}(x) = -\frac{1}{4\pi} \iint\limits_S \Delta_\alpha^\beta|^{kl} \varphi_{,\beta} \frac{x_k - y_k}{|x-y|^3} \nu_l ds_y = K_{,\alpha}^S(x; \varphi_{,\beta}(y)), \tag{9}$$

где $\varphi_{,\beta} = \varphi_{,\beta}(y)$ — граничные значения на S производных некоторой непрерывно дифференцируемой в окрестности S функции. Выражение (9) имеет смысл в любой точке пространства, не принадлежащей S, и всюду вне S описывает производные некоторых гармонических функций, поэтому, следуя [1, 3], интеграл (9) можно назвать трехмерным аналогом интеграла типа Коши для гармонических функций. В частном случае, если $\varphi_{,\beta}(y)$ есть граничные значения производных некоторой гармонической внутри V функции, согласно [3],

$$K^{S}_{,\alpha}(x;\ \varphi_{,\beta}(y)) = \begin{cases} 0; & x \notin V + S; \\ \varphi_{,\alpha}(x); & x \in V. \end{cases} \tag{10}$$

При $x = x_0 \in S$ выражение (9) не имеет смысла, однако если S — поверхность Ляпунова и функция $\varphi_{,\beta}(y)$ удовлетворяет на S условию Гёльдера, можно вычислить сингулярный интеграл в смысле главного значения по Коши

$$q_{,\alpha}(x_0) = \lim_{\rho \to 0} K^{S_\rho}_{,\alpha}(x_0;\ \varphi_{,\beta}(y)), \tag{11}$$

где S_ρ — часть поверхности S вне сферы C_ρ радиуса ρ с центром в x_0.

Применяя рассуждения, аналогичные [1], можно показать, что предел (11) существует и равен

$$q_{,\alpha}(x_0) = K^{S}_{,\alpha}(x_0;\ \varphi_{,\beta}(y)) = K^{S\,i}_{,\alpha}(x;\ \varphi_{,\beta}(y) - \varphi_{,\beta}(x_0)) + \frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}(x_0); \tag{12}$$

Важное значение для теории потенциала имеют формулы, позволяющие вычислять предельные значения трехмерных аналогов интегралов типа Коши. Преобразуем интеграл 9

$$q_{,\alpha}(x) = K^{S}_{,\alpha}(x\, \varphi_{,\beta}(y) - \varphi_{,\beta}(x_0)) + K^{S}_{,\alpha}(x;\ \varphi_{,\beta}(x_0)), \tag{13}$$

тогда, очевидно, в силу (10):

$$q_{,\alpha}(x) = \begin{cases} K^{S}_{,\alpha}(x;\ \varphi_{,\beta}(y) - \varphi_{,\beta}(x_0)) + \varphi_{,\alpha}(x_0), & x \in V; \\ K^{S'}_{,\alpha}(x;\ \varphi_{,\beta}(y) - \varphi_{,\beta}(x_0)); & x \neq V + S; \end{cases} \tag{14}$$

Нетрудно проверить, что существует предел выражения (14) при $x \longrightarrow x_0 \in S$, причем, в силу (12):

$$\begin{cases} q^{+}_{,\alpha}(x_0) = \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x \in V}} q_{,\alpha}(x) = K^{S}_{,\alpha}(x_0;\ \varphi_{,\beta}(y)) + \frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}(x_0); \\ q^{-}_{,\alpha}(x_0) = \lim\limits_{\substack{x \to x_0 \\ x \notin V + S}} q_{,\alpha}(x) = K^{S}_{,\alpha}(x_0;\ \varphi_{,\beta}(y)) - \frac{1}{2}\varphi_{,\alpha}(x_0); \\ q^{+}_{,\alpha}(x_0) - q^{-}_{,\alpha}(x_0) = \varphi_{,\alpha}(x_0). \end{cases} \tag{15}$$

Формулы (15) представляют собой трехмерные аналоги формул Сохоцкого — Племеля.

С помощью соотношения (15) может быть доказано следующее утверждение.

У т в е р ж д е н и е 1: чтобы производные произвольной непрерывно дифференцируемой в окрестности S функции $\varphi_{,\alpha}(y)\alpha = 1, 2, 3$ были бы граничными значениями на S производных некоторой гармонической в V функции, необходимо и достаточно, чтобы

$$K^{S}_{,\alpha}(x;\varphi_{,\beta}(y)) \equiv 0; \qquad x \notin V + S. \tag{16}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о: Необходимость условия (16) следует из (10). Проверим достаточность. Положим:

$$p_{,\alpha}(x) = K^{S}_{,\alpha}(x;\ \varphi_{,\beta}(y), \quad x \notin V,$$

тогда в силу (16)

$$P^{-}_{,\alpha}(x_0) = 0 \qquad x_0 \in S.$$

Следовательно, на основании (15)

$$p^{+}_{,\alpha}(x_0) = \varphi_{,\alpha}(x_0),$$

что и требовалось доказать.

Обратимся вновь к выражению (6). С помощью обозначений (9) производные гравитационного потенциала однородной области можно представить в виде

$$u_{,\alpha}(x) = \frac{4\pi}{3}\gamma\sigma\ K^{S}_{,\alpha}(x;\ y_\beta); \qquad x \notin V + S. \tag{17}$$

Представление (17) обобщает на трехмерный случай известную формулу А. В. Цирульского для представления логарифмического потенциала [5].

Рассмотрим основные свойства трехмерного гравитационного потенциала, вытекающие из представления (17).

Правая часть (17), являясь интегралом типа Коши, в общем случае определяет производные двух различных гармонических функций внутри и вне V: вне V — производные гравитационного потенциала, а внутри V — производные некоторой функции $v(x)$:

$$-v_{,\alpha}(x) = \frac{4\pi}{3}\gamma\sigma K^{S}_{,\alpha}(x;\ y_\beta); \qquad x \in V, \tag{18}$$

имеющий смысл гравитационного потенциала области CV (дополнения объема V до всего пространства), заполненной массами плотности σ.

Из (17) и (18) с помощью формул Сохоцкого — Племеля (15) получаем

$$u_{,\alpha}(x_0) + v_{,\alpha}(x_0) = -\frac{4\pi}{3}\gamma\sigma x_{0_\alpha}; \tag{19}$$

$$x_0 = (x_{0_1},\ x_{0_2};\ x_{0_3}) \in S.$$

Введем следующее определение. Поверхность Ляпунова S будем называть г а р м о н и ч е с к о й п о в е р х н о с т ь ю, если в некоторой окрестности поверхности S существует такая гармоническая функция $\Phi(x)$, что

$$\Phi_{,\alpha}(x) = x_\alpha; \quad \text{при} \quad x \in S.$$

Пусть теперь поверхность Ляпунова S, ограничивающая объем V, есть гармоническая поверхность. Тогда из (19) следует, что в некоторой окрестности поверхности S имеет место

$$u_{,\alpha}(x) + v_{,\alpha}(x) = -\frac{4\pi}{3}\gamma\sigma\Phi_{,\alpha}(x). \tag{20}$$

Интегрируя (20), получаем

$$u(x) + v(x) = -\frac{4\pi}{3}\gamma\sigma\Phi(x) + \text{const}. \tag{21}$$

Из соотношений (20) и (21) могут быть сделаны следующие выводы, обобщающие на трехмерный случай соответствующие результаты, полученные А. В. Цирульским для плоских полей [5, 6].

У т в е р ж д е н и е 2: чтобы замкнутая поверхность Ляпунова S была гармонической поверхностью, необходимо и достаточно, чтобы функция u могла быть гармонически (аналитически) продолжена внутрь, а функция v — во внешность области, ограниченной S, через любую точку поверхности S.

У т в е р ж д е н и е 3: если S — замкнутая гармоническая поверхность, описываемая гармонической функцией $\Phi(x)$, то функция $\Phi(x)$ обязательно имеет особенности внутри S, причем множество ее особенностей совпадает со множеством особенностей функции u, гармонически продолженной внутрь S.

Утверждение 4: если два различных тела V_1 и V_2 с положительными плотностями σ_1 и σ_2 соответственно, ограниченные гармоническими поверхностями S_1 и S_2, создают тождественно равные внешние потенциалы $u^{(1)}(x) \equiv u^{(2)}(x)$, то тела V_1 и V_2 пересекаются и функции $\Phi^{(1)}(x)$ и $\Phi^{(2)}(x)$, задающие поверхности S_1 и S_2, имеют особенности лишь в общей части $V^* = V_1 \cap V_2$, причем разность $\sigma_1\Phi^{(1)} - \sigma_2\Phi^{(2)}$ есть функция, гармоническая в V^*.

Справедливость утверждений 2 и 3 следует непосредственно из соотношений (20), (21). Остановимся подробно на доказательстве утверждения 3.

Свойство $V_1 \cap V_2 = V^* \neq \varnothing$ следует непосредственно из утверждений 2 и 3 *. Далее, из (21) имеем

$$u^{(1)}(x) + v^{(1)}(x) = -\frac{4\pi}{3}\gamma\sigma_1\Phi^{(1)}(x) + C_1;$$

$$u^{(2)}(x) + v^{(2)}(x) = -\frac{4\pi}{3}\gamma\sigma_2\Phi^{(2)}(x) + C_2, \tag{22}$$

где функции $v^{(1)}$ и $v^{(2)}$ — гармонические внутри объемов V_1 и V_2 соответственно. Функция $u^{(1)}$, очевидно, гармоническая в $V_2 \setminus V^*$. Следовательно, $u^{(2)}$ и $\Phi^{(2)}$ (по (22)) — гармоничны в $V_2 \setminus V^*$, поэтому по свойству (10) трехмерных аналогов интегралов типа Коши имеем

$$u^{(2)}_{,\alpha}(x) = \frac{4\pi}{3}\gamma K^{S_2}_{,\alpha}(x;\ \sigma_2\Phi^{(2)}_{,\beta}(y)) = \frac{4\pi}{3}\gamma K^{S^*}_{,\alpha}(x;\ \sigma_2\Phi^{(2)}_{,\beta}(y)), \tag{23}$$

где S^* — граница V^*.

Аналогично можно показать, что

$$u^{(1)}_{,\alpha} = \frac{4\pi}{3}\gamma \quad K^{S^*}_{,\alpha}(x;\ \sigma_1\Phi^{(1)}_{,\beta}(y)), \tag{24}$$

откуда

$$K^{S^*}_{,\alpha}\left(x;\ \sigma_1\Phi^{(1)}_{,\beta}(y) - \sigma_2\Phi^{(2)}_{,\beta}(y)\right) \equiv 0. \quad x \notin V^* + S^* \tag{25}$$

Следовательно, по утверждению 1, разность $\sigma_1\Phi^{(1)} - \sigma_2\Phi^{(2)}$ может быть гармонически продолжена внутрь V^* и описывается там гармонической функцией. Нетрудно проверить, что условие утверждения 3 является не только необходимым, но и достаточным для эквивалентности потенциалов двух различных возмущающих тел.

В заключение рассмотрим частный случай, когда функция $\Phi(x)$, описывающая гармоническую поверхность S, не имеет особенностей вне S. Тогда функция v, очевидно, гармоническая во всем пространстве и по теореме Лиувилля

$$v \equiv \text{const}. \tag{26}$$

Подставив (26) в (21), находим

$$u(x) = -\frac{4\pi}{3}\gamma\sigma\cdot\Phi(x) + \text{const}. \tag{27}$$

В силу условия $\lim\limits_{x\to\infty} u(x) = 0$ получаем

$$u(x) = -\frac{4\pi}{3}\gamma\sigma\Phi(x) + \frac{4\pi}{3}\gamma\sigma\lim_{x\to\infty}\Phi(x). \tag{28}$$

Формула (28) позволяет, не прибегая к интегрированию, решить прямую задачу теории трехмерного потенциала для тела, ограниченного гармонической поверхностью S, определяемой функцией $\Phi(x)$, гармонической всюду вне S.

* Для звездных тел при условии $\sigma_1 > \sigma_2$, согласно теореме Ю. А. Шашкина [7] имеет место $V^* = V_1 \subset V_2$.

Например, для шара радиуса R_0 с центром в начале координат имеем

$$\Phi(x) = \frac{-R_0^3}{\left(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2\right)^{1/2}} = -\frac{R_0^3}{R}. \tag{29}$$

Подставляя (29) в (28), определим

$$u(x) = \frac{4\pi}{3}\gamma\sigma\frac{R_0^3}{R} = \gamma\frac{M}{R}, \tag{30}$$

где M — масса шара.

ЛИТЕРАТУРА

Бицадзе А. Б. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. «Наука», 1969.

Голиздра Г. Я. Особые точки аналитического продолжения гравитационного поля и их связь с формой возмущающих масс. В кн. Дополнит. главы курса гравиразведки и магниторазведки. Новосибирск, 1966.

Жданов М. С. Развитие теории аналитического продолжения потенциальных полей в криволинейных трехмерных областях. Изв. АН СССР, Физика Земли, 1973, № 2.

Страхов В. Н. Некоторые вопросы плоской задачи гравиметрии. Изв. АН СССР. Физика Земли, 1970, № 12.

Цирульский А. В. О некоторых свойствах комплексного логарифмического потенциала однородной области. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1963, № 7.

О единственности решения обратной задачи теории потенциала. Изв. АН СССР, Физика Земли, 1969, № 6.

Шашкин Ю. А. О единственности в обратной задаче теории потенциала. ДАН СССР, 1957, 115, № 1.

Bodvarsson G. A surface integral in potential theory Geophys., 1970, v. 35, № 3.

Московский институт нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина

Поступила в редакцию 8 января 1973 г.

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ГЕОЛОГИЯ И ГЕОФИЗИКА

№ 12 1973

УДК 550.84

А. Г. МИРОНОВ, З. В. МАЛЯСОВА

О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА НЕЙТРОННО-ОСКОЛОЧНОЙ РАДИОГРАФИИ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УРАНА В МИНЕРАЛАХ ГОРНЫХ ПОРОД

Определение некоторых элементов и главным образом урана методом нейтронной активации с регистрацией треков осколков деления отличается высокой чувствительностью и находит все большее применение в геохимических исследованиях [2, 4, 6, 8]. Физическая сущность метода достаточно подробно изложена в ряде работ И. Г. Берзиной, И. Б. Бермана, Ю. А. Шуколюкова, А. Н. Комарова и др. [2, 4, 8—12]. Этими же авторами разработаны и внедрены в практику методики количественного определения урана как в целом по горным породам, так и по отдельным минералам [2, 4].

При исследовании характера распределения урана обычно применяют компараторы [3], микроскопы сравнения [2] или производят визуальное совмещение детектора с прозрачным шлифом с помощью нанесения сетки [6] или маркирующих пятнышек урансодержащего лака [8]. Картина распределения данного элемента в большинстве случаев представляется достаточно четкой. Однако вполне очевидно, что достигнуть полного совпадения участков распространения треков от осколков деления и источников их излучения при любых способах совмещения, связанных с раздельным изучением препарата и детектора, очень трудно. Тогда как совершенно ясно, что, получив возможность непосредственного наблюдения треков над отдельными, даже мелкими зернами, т. е. добившись полного совмещения детектора и препарата, мы сможем проводить тонкие геохимические исследования поведения урана в ходе замещения одних минеральных комплексов другими при различных процессах, а также изучать содержание этого элемента в породообразующих минералах без трудоемких операций по их выделению.

В данной работе приводится одна из методик, с помощью которой, как нам кажется, подобные задачи могут быть решены. Методика основана на количественном изучении характера распределения урана в минералах горных пород.

Для количественного изучения особенностей распределения данного элемента в породе или минерале необходимо, во-первых, получить надежные данные по абсолютному содержанию урана и, во-вторых, добиться неподвижности детектора на изучаемом препарате во время обработки. Последнее полностью выполняется с применением в качестве детекторного покрытия жидкого нитроцеллюлозного клея [7], дающего после полимеризации прозрачную пленку, прочно удерживающуюся на препарате. Однако детекторы из жидких полимерных покрытий еще не получили широкого распространения и по качеству изображения тре-

13. Нестеренко Г. Т., Скозобцев Б. С., Палий В. Д., Твердовский Р. К., Михеев В. П., Орлов Ю. Д. Исследования по определению основных параметров камерно-столбовых систем разработки на рудных месторождениях. Тр. ВНИМИ, Л., 1970, сб. 76.
14. Ольховиченко А. Е., Сирота О. Ц. Методика и результаты измерений пород в зонах, опасных и неопасных по внезапным выбросам угля и газа. В сб. Измерение напряжений в массиве горных пород. Новосибирск, Изд. ИГД СО АН СССР, 1970.
15. Орлов В. С. Отождествление волн P и PS при работах методом обменных волн землетрясений со станциями «Земля». Изв. АН Туркм. ССР, сер. физ.-техн., хим. и геол. наук, 1971, № 6.
16. Павленкова Н. И. О слоях с пониженными скоростями в земной коре Украинского щита. Геофиз. сб. АН УССР, 1969, вып. 30.
17. Плотников Л. М., Юревич Г. Г. О соотношении механизмов быстрых и медленных деформаций. Тез. докл. Всес. совещ. по внутр. геодинамике, Ленинград, 27—30 ноября 1972 г. Л., Изд. ВСЕГЕИ, 1972.
18. Поспелов Г. Л. Вопросы дифференциации первичных геологических напряжений в горной массе. В сб. Измерение напряжений в массиве горных пород. Новосибирск, Изд. ИГД СО АН СССР, 1970.
19. Симбирева И. Г. Механизм очагов слабых землетрясений бассейна реки Нарын. В сб. Экспериментальная сейсмология, «Наука», 1971.
20. Скорикова М. Ф. Упругие свойства горных пород южной части Сахалина и их использование в интерпретации геофизических наблюдений. «Наука», 1970.
21. Соболева О. В. Способ однозначного определения плоскости разрыва в очаге на примере Гиндукушской эпицентральной зоны. Изв. АН СССР, Физика Земли, 1972, № 1.
22. Тохтуев Г. В. Закономерности деформаций в неоднороднослоистых геологических средах. Киев, «Наукова думка», 1972.
23. Чабдарова Ю. И., Букин А. Н. Исследование напряжений в массиве горных пород Джезказганского месторождения. В сб. Измерение напряжений в массиве горных пород. Новосибирск, Изд. ИГД СО АН СССР, 1970.
24. Череменский Г. А. Термические аномалии Балтийского щита. ДАН СССР, 1970, т. 195, № 5.
25. Чернышев М. В., Дьяковский В. Б., Шампаров Г. Г., Ковыляев Д. М Исследование напряженного состояния массива горных пород вне зоны влияния горных работ на рудных месторождениях Урала. Тр. ВНИМИ, сб. 77, Л., 1970.
26. Ahorner L. Eigige Bemerkungen zum Aufbau der Erdkruste in West-Deutschland auf Grund von Nahbeben-Untersuchungen. Zeit. Geophys., 1967, B. 33, № 3.
27. Amdahl Thor. Måling av bergtrykk i gruber. Tekn. ukebl., 1960, t. 107, № 18.
28. Akira K. On the azimuthal distribution of the crustal Poisson's ratio in case earthquake occurences (preliminaries). Mem. Coll. Un. Kyoto, 1959, A. 29, № 2.
29. Eisbacher G. H., Bielenstein H. U. Elastic strain recovery in proterozoic rocks near Elliot Lake, Ontario. I. Geophys. Res., 1971, v. 76, № 8.
30. Gutenberg B. Crustal layers of the continents and oceans. Bull. Geol. Soc. Amer., 1951, v. 62, № 5.
31. Hast N. The state of stresses in the upper part of the Earth's crust. Engin. Geol., 1967, v. 2, № 1.
32. Li B. Natural stress-values obtained in different parts of the Fennoscandian rock masses. Proc. Second Congr. Intern. Soc. Rock Mech., v. 1, Beograd, Jugoslavia, 1970.
34. Li B., Moxon S. Some norwegian experiences in rock pressure measurements. Proc. Int. Symp. on the determ. of stresses in rock masses, Lisbon, 1969, Lisboa, 1970.
35. Mueller S., Landisman M. On example of the unified method of interpretation for crustal seismic data. Geophys. I. Roy. Astron. Soc., 1971, v. 23, № 4.
36. Mueller S., Peterschmitt E., Fuchs K., Ansorge I. Crustal structure beneath the Rinegraben from seismic refraction and reflection measurements. Tectonophysics, 1969, v. 8, № 6.
37. Pallister G. F., Gay N. C., Cook N. G. W. Measurements of the virgin state of stress in rock a depth. Proc. Second. Congr. Intern. Soc. Rock Mech., v. 1, Beograd, Jugoslavia, 1970.
38. Sellevol M. A., Warrick R. E. A refraction study of the crustal structure of southern Norway. Bull. Seism. Soc. Amer., 1971, v. 61, N 2.
39. Somerville P. G., Ellis R. M. P-coda evidence for a layer of anomalous velocity in the crust beneath Leduc, Alberta. Canad. I. Earth Sci., 1972, v. 9, N 7.
40. Wisecarver D. W., Merrill R. H., Rausch D. O., Hubbard S. I. Investigation of in situ rock stresses, Ruth mining district, Nevada, with emphasis on slope design problems in open — pit mines. Rept. Invest. Bur. Mines U. S. Dept. Interior, 1964, N 6541.
41. Wyss M., Brune I. N. Regional variations of source properties in southern California estimated from the ratio of short— to long — period amplitudes. Bull. Seism. Soc. Amer., 1971, v. 61, № 5.

ВСЕГЕИ
Ленинград

Поступила в редакцию
26 февраля 1973 г.