АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XIII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2

МОСКВА · 1973

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XIII 1973 № 2

УДК 550.383

О РАЗДЕЛЕНИИ ПЕРЕМЕННОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА НОРМАЛЬНУЮ И АНОМАЛЬНУЮ ЧАСТИ

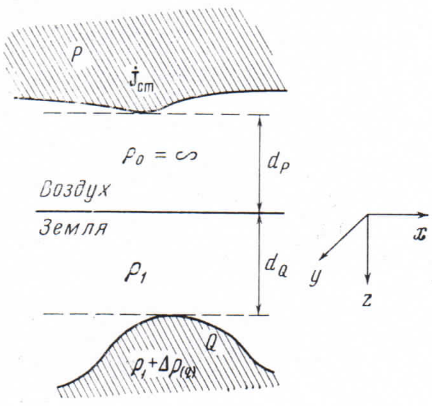
М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов

При удалении от земной поверхности нормальная и аномальная части переменного геомагнитного поля меняются по различным законам. На основе этого предлагается способ разделения поля на нормальную и аномальную части, для применения которого надо знать удельное сопротивление среды, содержащей неоднородность.

Существующие способы разделения переменного геомагнитного поля на нормальную и аномальную части основаны на принципе частотной фильтрации. В статье излагается новый способ разделения, в котором используется различие вертикальных распределений нормального и аномального полей.

Для иллюстрации способа возьмем плоскую модель (фигура), в которой проводящая земля $(z > 0)$ граничит с однородной непроводящей атмосферой $(z < 0)$. Удельное электрическое сопротивление земли всюду одно и то же, за исключением области Q, где оно меняется по произвольному закону

$$\rho(q) = \begin{cases} \rho_1 & \text{при } q \notin Q, \\ \rho_1 + \Delta\rho(q) & \text{при } q \in Q, \end{cases}$$



где q — точка наблюдения.

Атмосфера содержит область P, в которой распределены сторонние токи с плотностью $\mathbf{j}_{\text{ст}}$. Магнитная проницаемость повсюду равна μ_0. Токами смещения пренебрежем. Зависимость поля от времени выразим с помощью множителя $\exp(-i\omega t)$.

В атмосфере магнитное поле $\mathbf{H}$ может быть описано скалярным потенциалом U

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{H} &= -\operatorname{grad} U \\ \Delta U &= 0 \end{aligned}\right|_{z\leqslant 0,\ q\notin P}. \tag{1}$$

В земле вектор $\mathbf{H}$ удовлетворяет трехмерному уравнению Гельмгольца

$$\Delta\mathbf{H} = k_1^2\mathbf{H}, \quad z \geqslant 0, \quad q \notin Q, \tag{2}$$

где k_1 — волновое число

$$k_1^2 = -\frac{i\omega\mu_0}{\rho_1}.$$

Представим U и $\mathbf{H}$ в виде интегралов Фурье

$$U = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} u e^{-i(\alpha x + \beta y)}\, d\alpha\, d\beta, \ -d_P < z \leqslant 0,$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h} e^{-i(\alpha x + \beta y)}\, d\alpha\, d\beta, \quad d_Q > z \geqslant 0, \tag{3}$$

где α, β — пространственные частоты по осям x и y; d_P, d_Q — минимальные расстояния от земной поверхности до областей P и Q; u, $\mathbf{h}$ — спектральные плотности, удовлетворяющие одномерным уравнениям Гельмгольца

$$\begin{gathered} u'' = n_0^2 u, \quad -d_P < z \leqslant 0, \\ \mathbf{h}'' = n_1^2 \mathbf{h}, \quad d_Q > z \geqslant 0, \\ n_0^2 = \alpha^2 + \beta^2, \quad n_1^2 = \alpha^2 + \beta^2 + k_1^2 \end{gathered} \tag{4}$$

(штрихи означают дифференцирование по z). Таким образом

$$\begin{gathered} u = u^+ e^{n_0 z} + u^- e^{-n_0 z}, \quad d_P < z \leqslant 0, \\ \mathbf{h} = \mathbf{h}^+ e^{n_1 z} + \mathbf{h}^- e^{-n_1 z}, \quad d_Q > z \geqslant 0, \end{gathered} \tag{5}$$

где u^+, u^-, $\mathbf{h}^+$, $\mathbf{h}^-$ — константы. Из условий

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \quad \text{и} \quad \operatorname{rot}_z \mathbf{H}|_{z=0} = 0$$

следует, что

$$\alpha h_x + \beta h_y + i h_z' = 0, \tag{6а}$$

$$\alpha h_y = \beta h_x|_{z=0}. \tag{6б}$$

Разделим скалярный потенциал U и магнитное поле $\mathbf{H}$ на две части: нормальную U_n, $\mathbf{H}_n$ и аномальную U_a, $\mathbf{H}_a$

$$U = U_n + U_a, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_n + \mathbf{H}_a. \tag{7}$$

Соответственно разделятся спектральные плотности

$$u = u_n + u_a, \quad \mathbf{h} = \mathbf{h}_n + \mathbf{h}_a. \tag{8}$$

Нормальная часть отвечает полю, возбуждаемому сторонними токами в отсутствие неоднородности $(\Delta\rho \equiv 0)$, аномальная — полю, возникающему благодаря неоднородности.

Нормальная и аномальная части U и $\mathbf{H}$ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{gathered} \Delta U_n = 0, \quad z \leqslant 0, \quad q \notin P, \\ \Delta U_a = 0, \quad z \leqslant 0, \\ \Delta \mathbf{H}_n = k_1^2 \mathbf{H}_n, \quad z \geqslant 0, \\ \Delta \mathbf{H}_a = k_1^2 \mathrm{H}_a, \quad z \geqslant 0, \quad q \notin Q, \end{gathered} \tag{9}$$

а их спектральные плотности — уравнениям

$$\begin{aligned} u_n'' &= n_0^2 u_n, \quad -d_P < z \leqslant 0, \\ u_a'' &= n_0^2 u_a, \quad z \leqslant 0, \\ \mathbf{h}_n'' &= n_1^2 \mathbf{h}_n, \quad z \geqslant 0, \\ \mathbf{h}_a'' &= n_1^2 \mathbf{h}_a, \quad d_Q > z \geqslant 0. \end{aligned} \tag{10}$$

Сообразуя (10) с условием убывания поля на бесконечности, запишем

$$\begin{aligned} u_n &= u_n^+ e^{n_0 z} + u_n^- e^{-n_0 z}, \quad -d_P < z \leqslant 0, \\ u_a &= u_a^+ e^{n_0 z}, \quad z \leqslant 0, \\ \mathbf{h}_n &= \mathbf{h}_n^- e^{-n_1 z}, \quad z \geqslant 0, \\ \mathbf{h}_a &= \mathbf{h}_a^+ e^{n_1 z} + \mathbf{h}_e^- e^{-n_1 z}, \quad d_Q > z \geqslant 0. \end{aligned} \tag{11}$$

Найдем нормальную и аномальную части поля при заданном k_1. На земной поверхности

$$h_z|_{z=0} = h_{za} + h_{zn}|_{z=0} = -n_0 u_a^+ + h_{zn}^-, \tag{12}$$

$$h_z'|_{z=0} = h_{za}' + h_{zn}'|_{z=0} = -n_0^2 u_a^+ - n_1 h_{zn}^-. \tag{13}$$

Исключив h_{zn}^{-}, запишем

$$u_a^{+} = -\left.\frac{h_z' + n_1 h_z}{n_0^2 + n_1 n_0}\right|_{z=0}. \tag{14}$$

Отсюда с учетом (6а)

$$\left.h_{xa}\right|_{z=0} = i\alpha u_a^{+} = \alpha \left.\frac{\alpha h_x + \beta h_y - i n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right|_{z=0},$$

$$\left.h_{ya}\right|_{z=0} = i\beta u_a^{+} = \beta \left.\frac{\alpha h_x + \beta h_y - i n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right|_{z=0},$$

$$h_{za}|_{z=0} = -n_0 u_a^{+} = \left.\frac{i\alpha h_x + i\beta h_y + n_1 h_z}{n_0+n_1}\right|_{z=0},$$

$$h_{xn}|_{z=0} = h_x - h_{xa}|_{z=0} = \left.\frac{(n_0 n_1 + \beta^2) h_x - \alpha\beta h_y + i\alpha n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right|_{z=0}, \tag{15}$$

$$h_{yn}|_{z=0} = h_y - h_{ya}|_{z=0} = \left.\frac{(n_0 n_1 + \alpha^2) h_y - \alpha\beta h_x + i\beta n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right|_{z=0},$$

$$h_{zn}|_{z=0} = h_z - h_{za}|_{z=0} = \left.\frac{n_0 h_z - i\alpha h_x - i\beta h_y}{n_0+n_1}\right|_{z=0}.$$

Если при этом учесть (6б), то

$$\left.h\right|_{z=0} = \frac{\alpha}{\beta}\left.h\right|_{z=0} = \left.\frac{n_0^2 h_x - i\alpha n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right|_{z=0} = \frac{\alpha}{\beta}\left.\left[\frac{n_0^2 h_y - i\beta n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right]\right|_{z=0}$$

$$\left.h_{za}\right|_{z=0} = \left.\frac{\alpha n_1 h_z + i n_0^2 h_x}{\alpha(n_0+n_1)}\right|_{z=0} = \left.\frac{\beta n_1 h_z + i n_0^2 h_y}{\beta(n_0+n_1)}\right|_{z=0}, \tag{16}$$

$$\left.h_{xn}\right|_{z=0} = \frac{\alpha}{\beta}\left.h_{yn}\right|_{z=0} = \left.\frac{n_0 n_1 h_x + i\alpha n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right|_{z=0} = \frac{\alpha}{\beta}\left.\left[\frac{n_0 n_1 h_y + i\beta n_1 h_z}{n_0(n_0+n_1)}\right]\right|_{z=0}$$

$$h_{zn}|_{z=0} = \left.\frac{\alpha n_0 h_z - i n_0^2 h_x}{\alpha(n_0+n_1)}\right|_{z=0} = \left.\frac{\beta n_0 h_z - i n_0^2 h_y}{\beta(n_0+n_1)}\right|_{z=0}$$

Из (11) видно, что потенциал нормального поля в полосе $-d_P < z \leqslant 0$ состоит из двух членов, пропорциональных u_n^{+} и u_n^{-} и связанных с положительной и отрицательной экспонентами. Очевидно, что член, пропорциональный u_n^{-}, характеризует поле сторонних токов (первичное нормальное поле), а член, пропорциональный u_n^{+},— поле токов, индуцированных в однородной земле (вторичное нормальное поле).

Аналогичную ситуацию имеем для аномального поля в полосе $d_Q > z \geqslant 0$. Член, пропорциональный $\mathbf{h}_a^{+}$, характеризует поле зарядов и токов, индуцированных в области Q (первичное аномальное поле), а член, пропорциональный $\mathbf{h}_a^{-}$,— аномальное поле, отраженное от земной поверхности (вторичное аномальное поле).

Нормальное поле в воздухе и вертикальную компоненту аномального поля в земле нетрудно разделить на первичную и вторичную части. Согласно (11)

$$\begin{gathered} h_{zn}|_{z=0} = -n_0(u_n^{+} - u_n^{-}), \\ h_{zn}'|_{z=0} = -n_1 h_{zn}|_{z=0} = -n_0^2(u_n^{+} + u_n^{-}), \\ h_{za}|_{z=0} = h_{za}^{+} + h_{za}^{-}, \\ h_{za}'|_{z=0} = n_0 h_{za}|_{z=0} = n_1(h_{za}^{+} - h_{za}^{-}). \end{gathered} \tag{17}$$

Очевидно, что u_n^+, u_n^- определяют вторичную и первичную части нормального поля в воздухе, а h_{za}^+, h_{za}^- — первичную и вторичную части вертикальной компоненты аномального поля в земле.

Из системы (17) находим

$$u_n^+ = \frac{1}{2n_0}\left(\frac{n_1}{n_0} - 1\right) h_{zn}, \qquad u_n^- = \frac{1}{2n_0}\left(\frac{n_1}{n_0} + 1\right) h_{zn},$$
$$h_{za}^+ = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{n_0}{n_1}\right) h_{za}, \qquad h_{za}^- = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{n_0}{n_1}\right) h_{za}, \tag{18}$$

где спектральные плотности нормального и аномального полей определяются согласно (15) или (16). Отметим, что согласно (15) и (18)

$$u_n^- = \frac{n_0 h_z - i\alpha h_x - i\beta h_y}{2n_0^2}, \tag{19}$$

что совпадает с результатом, получаемым с помощью классического метода Гаусса.

Синтезируя спектральные плотности нормального и аномального полей и потенциалов и их первичных и вторичных частей, получаем

$$U_{n,a}^{\pm} = \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} u_{n,a}^{\pm} e^{\pm n_0 z}\, e^{-i(\alpha x + \beta y)}\, d\alpha\, d\beta,$$
$$-d_P < z \leqslant 0,$$
$$H_{zn,a}^{\pm} = \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} h_{zn,a}^{\pm} e^{\pm n_1 z}\, e^{-i(\alpha x + \beta y)}\, d\alpha\, d\beta,$$
$$0 \leqslant z < d_Q. \tag{20}$$

Отметим, что в двумерном случае, когда

$$\frac{\partial \mathbf{H}_a(H_{xa}, 0, H_{za})}{\partial y} \equiv 0,$$

вертикальные компоненты $H_{za}^{\pm}$ позволяют найти полный вектор $\mathbf{H}_a^{\pm}$. Действительно, благодаря соленоидальности магнитного поля

$$\mathbf{H}_a^{\pm} = \mathbf{1}_x \int\limits_x^{-\infty} \frac{\partial H_{za}^{\pm}}{\partial z}\, dx + \mathbf{1}_z H_{za}^{\pm}. \tag{21}$$

В трехмерном случае по $H_{za}^{\pm}$ можно найти поперечно-электрическую моду $\mathbf{H}_a^{\pm}$.

Введенное указанным выше образом первичное аномальное поле $\mathbf{H}_a^+$ представляет собой поле, возбуждаемое неоднородностью Q в безграничном однородном пространстве с волновым числом k_1. Выделение этого поля (в двумерном случае) или даже поперечно-электрической моды этого поля (в трехмерном случае) существенно облегчает решение задачи о нахождении области Q.

Изложенный способ нетрудно распространить на модели с произвольным рельефом земной поверхности, и в частности на сферическую модель.

Московский государственный университет
Московский институт нефтехимической и газовой промышленности

Статья поступила
16 декабря 1971 г.