АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XIV

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

1

МОСКВА · 1974

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XIV 1974 № 1

УДК 550.385

О ВОЗМОЖНОСТИ РАЗДЕЛЕНИЯ АНОМАЛИЙ ПЕРЕМЕННОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТНЫЕ И ГЛУБИННЫЕ

М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов, О. Н. Жданова

Рассмотрена модель, содержащая неоднородный приповерхностный слой и глубинную неоднородность. Показана возможность разделения аномалий переменного геомагнитного поля на компоненты, связанные с приповерхностными и глубинными источниками. Исследован ряд частных ситуаций, упрощающих решение обратной задачи.

В [1, 2] предложен метод разделения переменного геомагнитного поля на нормальное и аномальное. Геомагнитные аномалии могут быть как поверхностными, так и глубинными. Поверхностные аномалии вызываются электрической неоднородностью приповерхностного слоя (осадочного чехла, морей, океанов). Глубинные аномалии связаны с действием проводящих зон в консолидированной земной коре и верхней мантии. Разделение геомагнитных аномалий на эти части — важнейшая задача магнитовариационного зондирования и профилирования. Методам решения этой задачи, основанным на использовании пространственно-временны́х спектров электромагнитного поля и их сверток [3—5], и посвящена настоящая статья. Плодотворность такого подхода к интерпретации магнитовариационных данных хорошо видна из работы [6].

Для иллюстрации возьмем простейшую модель, в которой плоская проводящая Земля ($z>0$) граничит с однородной непроводящей атмосферой ($z<0$). Приповерхностный неоднородный слой представлен проводящей пленкой с поверхностной проводимостью $S(x, y)$. Пленка ограничена плоскостями $z=-0$ и $z=+0$. Среда ниже пленки однородна за исключением области Q, где удельная электропроводность меняется по произвольному закону

$$\sigma(q)=\begin{cases}\sigma_1 & q\notin Q\\ \sigma_1+\Delta\sigma_1(q), & q\in Q\end{cases} \tag{1}$$

(q — точка наблюдения). Магнитная проницаемость всюду равна $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ *гн/м*. Модель возбуждается сторонними токами, распределенными с плотностью $\mathbf{j}_{\text{ст}}^P$ в области P атмосферы. Зависимость поля от времени выражена с помощью множителя $e^{-i\omega t}$. Поле меняется настолько медленно, что токами смещения можно пренебречь.

Электромагнитное поле в модели удовлетворяет уравнениям

$$\left.\begin{matrix}\operatorname{rot}\mathbf{H}=\mathbf{j}_{\text{ст}}^P\\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=i\omega\mu_0\mathbf{H}\end{matrix}\right|_{z<0},\qquad \left.\begin{matrix}\operatorname{rot}\mathbf{H}=\sigma\mathbf{E}\\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=i\omega\mu_0\mathbf{H}\end{matrix}\right|_{z>0} \tag{2}$$

и достаточно быстро затухает на бесконечности. На земной поверхности горизонтальные составляющие электрического поля непрерывны, а магнитного — терпят разрыв

$$[E_{x,y}]_S=0,\quad [H_x]_S=-E_yS,\quad [H_y]_S=E_xS. \tag{3}$$

На поверхности Γ_Q, ограничивающей область Q, тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей непрерывны

$$[E_\tau]_{\Gamma_Q}=0, \quad [H_\tau]_{\Gamma_Q}=0. \tag{4}$$

Эта система уравнений и граничных условий эквивалентна системе

$$\left.\begin{aligned}\operatorname{rot}\mathbf{H} &= \mathbf{j}_{\text{ст}}^P\\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= i\omega\mu_0\mathbf{H}\end{aligned}\right|_{z<0}, \quad \left.\begin{aligned}\operatorname{rot}\mathbf{H} &= \sigma_1\mathbf{E}+\mathbf{j}^Q\\ \operatorname{rot}\mathbf{E} &= i\omega\mu_0\mathbf{H}\end{aligned}\right|_{z>0}, \tag{2a}$$

$$[E_{x,\,y}]_S=0, \quad [H_x]_S=-J_y{}^S, \quad [H_y]_S=J_x{}^S, \tag{3a}$$

$$[E_\tau]_{\Gamma_Q}=0, \quad [H_\tau]_{\Gamma_Q}=0, \tag{4a}$$

где $\mathbf{j}^Q$ и $\mathbf{J}^S$ — объемная и поверхностная плотности избыточных токов, распределенных в области Q и пленке S соответственно

$$\mathbf{j}^Q=\Delta\sigma_1\mathbf{E}, \quad J_x{}^S=E_xS, \quad J_y{}^S=E_yS. \tag{5}$$

Таким образом, модель неоднородной Земли, возбуждаемая сторонними токами $\mathbf{j}_{\text{ст}}{}^P$, эквивалентна модели однородной Земли, возбуждаемой сторонними токами $\mathbf{j}_{\text{ст}}{}^P$, $\mathbf{j}^Q$, J^S. В соответствии с этим магнитное поле в Земле и его скалярный потенциал в атмосфере можно разделить на три компоненты:

$$\mathbf{H}=\mathbf{H}^P+\mathbf{H}^Q+\mathbf{H}^S, \quad U=U^P+U^Q+U^S, \tag{6}$$

где $\mathbf{H}^P$ и U^P описывают поле, возбуждаемое сторонними токами $\mathbf{j}_{\text{ст}}{}^P$; $\mathbf{H}^Q$ и U^Q — поле, возбуждаемое сторонними токами $\mathbf{j}^Q$; $\mathbf{H}^S$ и U^S — поле, возбуждаемое сторонними токами J^S. Следуя терминологии, принятой в [1, 2]

$$\mathbf{H}_n=\mathbf{H}^P, \quad \mathbf{H}_a=\mathbf{H}^Q+\mathbf{H}^S; \quad U_n=U^P, \quad U_a=U^Q+U^S, \tag{7}$$

где $\mathbf{H}_n$, U_n — нормальное поле и его потенциал; $\mathbf{H}_a$, U_a — аномальное поле и его потенциал. Задача разделения геомагнитных аномалий на поверхностные и глубинные сводится к раздельному определению Q- и S-компонент аномального поля ($\mathbf{H}^Q$, U^Q и $\mathbf{H}^S$, U^S).

Согласно (2а), (3а), P-, Q- и S-компоненты U и $\mathbf{H}$ удовлетворяют уравнениям

$$\begin{gathered}\Delta U^P=0, \quad z\leqslant 0, \quad q\notin P;\\ \Delta U^Q=0, \quad z\leqslant 0,\\ \Delta U^S=0, \quad z\leqslant -0;\\ \Delta\mathbf{H}^P=k_1{}^2\mathbf{H}^P, \quad z\geqslant 0,\\ \Delta\mathbf{H}^Q=k_1{}^2\mathbf{H}^Q, \quad z\geqslant 0, \quad q\notin Q;\\ \Delta\mathbf{H}^S=k_1{}^2\mathbf{H}^S; \quad z\geqslant +0, \text{ где } k_1=\sqrt{-i\omega\mu_0\sigma_1},\end{gathered} \tag{8}$$

и граничным условиям при $z=0$

$$[\mathbf{H}^P]=0, \quad \left[\frac{\partial H_z{}^P}{\partial z}\right]=0, \quad [\mathbf{H}^Q]=0, \quad \left[\frac{\partial H_z{}^Q}{\partial z}\right]=0. \tag{9}$$

$$[H_x{}^S]=-J_y{}^S, \quad [H_y{}^S]=J_x{}^S, \quad [H_z{}^S]=0, \quad \left[\frac{\partial H_z{}^S}{\partial z}\right]=-\frac{\partial J_x{}^S}{\partial y}+\frac{\partial J_y{}^S}{\partial x}.$$

Представим $U^{P,\,Q,\,S}$, $\mathbf{H}^{P,\,Q,\,S}$, $\mathbf{J}^S$ в виде интегралов Фурье

$$U^{P,Q,S}=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} u^{P,Q,S}e^{-i(\alpha x+\beta y)}\,d\alpha\,d\beta, \quad -d_P<z\leqslant 0, \tag{10}$$

$$\mathbf{H}^{P,Q,S}=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathbf{h}^{P,Q,S}e^{-i(\alpha x+\beta y)}\,d\alpha\,d\beta,\qquad d_Q>z\geqslant 0,$$

$$\mathbf{J}^S=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathbf{j}^S e^{-i(\alpha x+\beta y)}\,d\alpha\,d\beta,\quad z=0,$$

где d_P, d_Q — минимальные расстояния от земной поверхности до областей P и Q соответственно.

Согласно (8) спектральные плотности $u^{P,Q,S}$, $\mathbf{h}^{P,Q,S}$ удовлетворяют одномерным уравнениям Гельмгольца и, следовательно, выражаются в экспонентах

$$\begin{gathered}u^P=u^{P+}e^{n_0z}+u^{P-}e^{-n_0z},\quad -d_P<z\leqslant 0,\\ u^Q=u^{Q+}e^{n_0z},\quad z\leqslant 0,\\ u^S=u^{S+}e^{n_0z},\quad z\leqslant -0,\\ \mathbf{h}^P=\mathbf{h}^{P-}e^{-n_1z},\quad z\geqslant 0,\\ \mathbf{h}^Q=\mathbf{h}^{Q+}e^{n_1z}+\mathbf{h}^{Q-}e^{-n_1z},\ d_Q\geqslant z\geqslant 0,\\ \mathbf{h}^S=\mathbf{h}^{S-}e^{-n_1z},\quad z\geqslant +0,\\ n_0=\sqrt{\alpha^2+\beta^2},\quad n_1=\sqrt{\alpha^2+\beta^2+k_1^2},\end{gathered}\tag{11}$$

где u^{P+}, u^{P-}, u^{Q+}, u^{S+}, $\mathbf{h}^{P-}$, $\mathbf{h}^{Q+}$, $\mathbf{h}^{Q-}$, $\mathbf{h}^{S-}$ — константы. При $z=0$, согласно (9), имеем

$$\begin{gathered}[\mathbf{h}^P]=0,\quad [(h_z^P)']=0,\quad [\mathbf{h}^Q]=0,\quad [(h_z^Q)']=0,\\ [h_x^S]=-j_y^S,\quad [h_y^S]=j_x^S,\quad [(h_z^S)']=i(\beta j_x^S-\alpha j_y^S),\end{gathered}\tag{12}$$

где штрих означает дифференцирование по z.

Система (11) вместе с условиями (12) позволяет при известном σ_1 найти u^{S+}, u^{Q+} по $\mathbf{h}$, $\mathbf{j}^S$. Действительно

$$\begin{gathered}[(h_z^S)']=(h_z^S)'_{z=-0}-(h_z^S)'_{z=+0}=-n_0^2u^{S+}+n_1h_z^S|_{z=+0}=\\ =-n_0^2u^{S+}+n_1h_z^S|_{z=-0}=-n_0^2u^{S+}-n_1n_0u^{S+}=i(\beta j_x^S-\alpha j_y^S),\end{gathered}$$

откуда

$$u^{S+}=-i\,\frac{\beta j_x^S-\alpha j_y^S}{n_0(n_0+n_1)}.\tag{13}$$

Аналогично

$$\begin{gathered}h_z|_{z=-0}=h_z^Q|_{z=-0}+(h_z^P+h_z^S)_{z=+0}=-n_0u^{Q+}+(h_z^P+h_z^S)_{z=+0},\\ h_z'|_{z=-0}=h_z'|_{z=+0}+i(\beta j_x^S-\alpha j_y^S)=\\ =(h_z^Q)'_{z=-0}+(h_z^P)'_{z=+0}+(h_z^S)'_{z=+0}+i(\beta j_x^S-\alpha j_y^S)=\\ =-n_0^2u^{Q+}-n_1(h_z^P+h_z^S)_{z=-0}+i(\beta j_x^S-\alpha j_y^S),\end{gathered}$$

откуда

$$u^{Q+}=-i\,\frac{\alpha(h_x+j_y^S)+\beta(h_y-j_x^S)-in_1h_z}{n_0(n_0+n_1)}\Bigg|_{z=-0}\tag{14}$$

Теперь можно определить S- и Q-компоненты геомагнитного поля при $z=-0$

$$h_x^{Q,\,S}|_{z=-0}=i\alpha u^{Q,\,S+};\ h_y^{Q,\,S}|_{z=-0}=i\beta u^{Q,\,S+},\ h_z^{Q,\,S}|_{z=-0}=-n_0 u^{Q,\,S+}. \qquad (15)$$

Следовательно,

$$\mathbf{H}^{Q,S}\Big|_{z=-0}=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathbf{h}^{Q,S}\Big|_{z=-0}e^{-i(\alpha x+\beta y)}\,d\alpha\,d\beta. \qquad (16)$$

В формулы (13), (14) входят неизвестные спектральные плотности j_x^S, j_y^S поверхностных токов. Эти величины легко найти, если известны S и $\mathbf{E}|_{z=-0}$. В самом деле, согласно (5)

$$j_{x,y}{}^S=\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}E_{x,y}Se^{i(\alpha x+\beta y)}\,dx\,dy. \qquad (17)$$

Таким образом, показана возможность разделения геомагнитных аномалий на поверхностные и глубинные путем совместных измерений $\mathbf{H}$, $\mathbf{E}$ при известных σ_1, S.

Суммируя (13) и (14), получаем в соответствии с (7) спектральную плотность потенциала аномального поля

$$u_a{}^+=u^{S+}+u^{Q+}=-i\frac{\alpha h_x+\beta h_y-in_1h_z}{n_0(n_0+n_1)}\Big|_{z=-0}, \qquad (18)$$

что совпадает с известной формулой, данной в [1].

Рассмотрим ряд частных случаев.

1. Пусть приповерхностный неоднородный слой подстилается непроводящей средой, содержащей проводящую область Q ($\sigma_1=0$, $\Delta\sigma_1\neq 0$). В этом случае для разделения геомагнитных аномалий достаточно измерить $\mathbf{H}$ при известном S. В самом деле, согласно (2а), (5)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{J_y{}^S}{S}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{J_x{}^S}{S}\right)=i\omega\mu_0 H_z\Big|_{z=-0}. \qquad (19)$$

Выразим поверхностную плотность $\mathbf{J}^S$ через токовую функцию Ψ [7, 9]

$$J_x{}^S=-\frac{\partial\Psi}{\partial y},\qquad J_y{}^S=\frac{\partial\Psi}{\partial x}. \qquad (20)$$

Подставим (20) в (19)

$$\operatorname{div}\left(\frac{\operatorname{grad}\Psi}{S}\right)=i\omega\mu_0 H_z|_{z=-0}. \qquad (21)$$

Это уравнение может быть решено методом интегральных преобразований. Введем спектральные плотности

$$\psi=\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\Psi e^{i(\alpha x+\beta y)}\,dx\,dy,\qquad s^{-1}=\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{S}e^{i(\alpha x+\beta y)}\,dx\,dy.$$

Согласно (21) спектральная плотность ψ токовой функции удовлетворяет интегральному уравнению Фредгольма I рода

$$\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}(\alpha\alpha_1+\beta\beta_1)s^{-1}(\alpha-\alpha_1,\beta-\beta_1)\psi(\alpha_1,\beta_1)\,d\alpha_1\,d\beta_1=-4\pi^2 i\omega\mu_0 h_z(\alpha,\beta)|_{z=-0}. \qquad (22)$$

При этом с учетом (20)

$$j_x{}^s = i\beta\psi, \qquad j_y{}^s = -i\alpha\psi, \qquad \alpha j_x{}^s + \beta j_y{}^s = 0. \tag{23}$$

Таким образом $j_x{}^s$, $j_y{}^s$, входящие в (13) и (14), могут быть определены из (22), (23) по $h_z|_{z=-0}$ и s^{-1}. Подставив (23) в (13), (14) получим

$$u^{s+} = \frac{i}{2\alpha} j_y{}^s = -\frac{i}{2\beta} j_x{}^s, \tag{24}$$

$$u^{Q+} = -\frac{i}{2\alpha}(h_x + j_y{}^s) = -\frac{i}{2\beta}(h_y - j_x{}^s). \tag{25}$$

2. Пусть приповерхностный неоднородный слой подстилается однородной проводящей средой ($\sigma_1 \neq 0$, $\Delta\sigma_1 \equiv 0$). В этом случае Q-компонента аномального поля равна нулю, а S-компонента есть полное аномальное поле, определяемое формулой (18). Случай интересен тем, что совместные измерения **E**, **H** позволяют при известном σ_1 определить S. В самом деле, согласно (14)

$$[\alpha(h_x + j_y{}^s) + \beta(h_y - j_x{}^s) - in_1 h_z]_{z=-0} = 0. \tag{26}$$

Введем спектральные плотности

$$\mathbf{e} = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E} e^{i(\alpha x + \beta y)}\, dx\, dy, \qquad s = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} S e^{i(\alpha x + \beta y)}\, dx\, dy.$$

С учетом (5)

$$j_{x,y}{}^s = \frac{1}{4\pi^2} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} e_{x,y}(\alpha_1, \beta_1)\, s(\alpha - \alpha_1, \beta - \beta_1)\, d\alpha_1\, d\beta_1. \tag{27}$$

Подставив (27) в (26), получим интегральное уравнение Фредгольма I рода для спектральной плотности s

$$\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} [\alpha e_y(\alpha_1, \beta_1) - \beta e_x(\alpha_1, \beta_1)]_{z=-0}\, s(\alpha - \alpha_1, \beta - \beta_1)\, d\alpha_1\, d\beta_1 =$$
$$= 4\pi^2 [in_1 h_z - \alpha h_x - \beta h_y]_{z=-0}, \tag{28}$$

откуда после обратного фурье-преобразования найдем S.

3. Пусть приповерхностный неоднородный слой подстилается однородной непроводящей средой ($\sigma_1 = 0$, $\Delta\sigma_1 \equiv 0$). Тогда, как и в предыдущем случае, Q-компонента аномального поля равна нулю, а S-компонента есть полное аномальное поле, определяемое формулой (18).

Особенность рассматриваемого случая состоит в том, что для определения S достаточно измерений **H**. В самом деле, согласно (23), (18)

$$j_x{}^s = -\frac{\beta}{\alpha} j_y{}^s = 2h_y{}^s|_{z=-0} = 2\frac{\beta}{\alpha} h_x{}^s|_{z=-0} =$$
$$= -i\frac{\beta}{n_0} h_z|_{z=-0} + h_y|_{z=-0} = -i\frac{\beta}{n_0} h_z|_{z=-0} + \frac{\beta}{\alpha} h_z|_{z=-0}, \tag{29}$$

откуда

$$\psi = \frac{j_x{}^s}{i\beta} = -\frac{j_y{}^s}{i\alpha} = -\frac{1}{n_0} h_z\Big|_{z=-0} - \frac{i}{\alpha} h_z\Big|_{z=-0} =$$
$$= -\frac{1}{n_0} h_z\Big|_{z=-0} - \frac{i}{\beta} h_y\Big|_{z=-0}. \tag{30}$$

Подставив (30) в (22), получим интегральное уравнение Фредгольма I рода для спектральной плотности s^{-1}

$$\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} (\alpha\alpha_1+\beta\beta_1)s^{-1}(\alpha-\alpha_1, \beta-\beta_1)\left[\frac{h_z(\alpha_1, \beta_1)}{\sqrt{\alpha_1^2+\beta_1^2}}+\frac{ih_x(\alpha_1, \beta_1)}{\alpha_1}\right]\times$$

$$\times d\alpha_1\, d\beta_1=4\pi^2 i\omega\mu_0 h_z(\alpha, \beta)\,|_{z=-0}, \tag{31}$$

откуда после обратного фурье-преобразования найдем S. При $S=\mathrm{const}$, когда спектральная плотность s^{-1} есть δ-функция Дирака, интегральное уравнение (31) сводится к алгебраическому, решение которого есть

$$S=\frac{n_0^2}{\omega\mu_0}\left[\frac{1}{\alpha}\frac{h_x}{h_z}\Big|_{z=-0}-\frac{i}{n_0}\right], \tag{32}$$

что совпадает с результатом, получаемым из асимптотики спектрального импеданса, определяемого по отношению h_z/h_x [4].

Ситуация существенно упрощается при переходе к двумерной модели. В качестве примера возьмем модель, в которой поле и среда не зависят от y $(\beta=0)$. В этой модели $E_x \equiv J_x^s \equiv H_y \equiv 0$ (E-поляризация), следовательно, формулы (13)–(15) для определения S- и Q-компонент геомагнитного поля принимают вид

$$u^{S+}=i\frac{\operatorname{sign}\alpha}{|\alpha|+\sqrt{\alpha^2+k_1^2}}\,j_y^s, \tag{13a}$$

$$u^{Q+}=-i\frac{\alpha(h_x+j_y^s)-i\sqrt{\alpha^2+k_1^2}\,h_z}{|\alpha|(|\alpha|+\sqrt{\alpha^2+k_1^2})}\Bigg|_{z=-0}, \tag{14a}$$

$$h_x^{Q,S}|_{z=-0}=i\alpha u^{Q,S+},\qquad h_y^{Q,S}|_{z=-0}=0,\qquad h_z^{Q,S}|_{z\equiv 0}=-|\alpha|u^{Q,S+}. \tag{15a}$$

При этом

$$\mathbf{H}^{Q,S}|_{z=-0}=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathbf{h}^{Q,S}|_{z=-0}e^{-i\alpha x}\,d\alpha. \tag{16a}$$

В формулы (13a), (14a) входит неизвестная спектральная плотность j_y^s, для нахождения которой теперь достаточно магнитных измерений. В самом деле, согласно (2a)

$$\frac{\partial E_y}{\partial x}=i\omega\mu_0 H_z,$$

откуда

$$E_y|_{x=-0}=i\omega\mu\int\limits_{-\infty}^{x}H_z|_{z=-0}\,dx, \tag{33}$$

$$j_y^s=i\omega\mu_0\int\limits_{-\infty}^{+\infty}Se^{i\alpha x}\,dx\int\limits_{-\infty}^{x}H_z|_{z=-0}\,dx. \tag{17a}$$

Вернемся к уже знакомым частным случаям.

1. Поверхностный неоднородный слой подстилается непроводящей средой, содержащей проводящую область Q $(\sigma_1=0,\ \Delta\sigma_1\neq 0)$. В этом случае отпадает необходимость в решении интегрального уравнения (22), так как спектральная плотность j_y^s при известном S находится непосредственно из

(17а). При этом согласно (13а), (14а), (15а)

$$h_x{}^S\Big|_{z=-0} = -\frac{1}{2} j_y{}^S,\ h_z{}^S\Big|_{z=-0} = -\frac{i}{2}\operatorname{sign}\alpha\, j_y{}^S, \tag{34}$$

$$h_x{}^Q|_{z=-0} = \left[\frac{1}{2}(h_x+j_y{}^S) - \frac{i}{2}\operatorname{sign}\alpha\, h_z\right]_{z=-0},$$

$$h_z{}^Q|_{z=-0} = \left[\frac{i}{2}\operatorname{sign}\alpha\,(h_x+j_y{}^S) + \frac{1}{2}h_z\right]_{z=-0}. \tag{35}$$

Нетрудно показать, что вторая формула (34) — эквивалент сингулярного уравнения

$$H_z{}^S(x_0)\,|_{z=-0} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{J_y{}^S}{x-x_0}dx,$$

получаемого путем суммирования магнитных полей поверхностных токов по закону Био-Савара [8].

2. Приповерхностный неоднородный слой подстилается однородной проводящей средой ($\sigma_1\neq 0$, $\Delta\sigma_1\equiv 0$). В этом случае согласно (14а)

$$j_y{}^S = i\frac{\sqrt{\alpha^2+k_1{}^2}}{\alpha}h_z|_{z=-0} - h_x|_{z=-0}, \tag{36}$$

т. е. спектральная плотность $j_y{}^S$ определяется непосредственно по h_x, h_z. При этом отпадает необходимость в решении интегрального уравнения (28), так как S при известном σ_1 находится из (17а) с помощью обратного фурье-преобразования

$$S = \left.\frac{i/2\pi\int\limits_{-\infty}^{+\infty}[(\alpha^2+k_1{}^2)^{1/2}/\alpha]\,h_z e^{-i\alpha x}\,d\alpha - H_x}{i\omega\mu_0\int\limits_{-\infty}^{x}H_z dx}\right|_{z=-0}. \tag{37}$$

Отметим, что формула (37) для E-поляризованного поля отличается от аналогичной формулы, данной в [6], тем, что позволяет определять S непосредственно по наблюденному полю, а не по его аномальной и нормальной частям, которые в [6] предполагаются известными.

3. Приповерхностный неоднородный слой подстилается однородной непроводящей средой ($\sigma_1=0$, $\Delta\sigma_1\equiv 0$). В этом случае согласно (36)

$$j_y{}^S = i\operatorname{sign}\alpha h_z|_{z=-0} - h_x|_{z=-0}. \tag{29a}$$

Следовательно, (37) принимает вид

$$S = \left.\frac{i/2\pi\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\operatorname{sign}\alpha\, h_z e^{-i\alpha x}\,d\alpha - H_x}{i\omega\mu_0\int\limits_{-\infty}^{x}H_z dx}\right|_{z=-0}. \tag{38}$$

Отметим, что формула (38) — более общая, чем аналогичная формула, приведенная в [8], где рассматривается модель, возбуждаемая плоской волной, а электрическое поле предполагается постоянным.

Полученные результаты позволяют подойти к решению широкого класса задач, возникающих при интерпретации данных магнитовариационного зондирования и профилирования. Аналогичный аппарат может быть применен для анализа сферических моделей.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов. Геомагн. и аэрономия, 1973, **13**, 339.
2. М. С. Жданов, М. Н. Бердичевский. Геомагн. и аэрономия, 1973, **13**, 1110.
3. J. R. Wait. J. Res. Nat. Bur. Standards, 1962, **66** (5), 509.
4. М. Н. Бердичевский, Л. Л. Ваньян, Э. Б. Файнберг. Геомагн. и аэрономия, 1969, **9**, 570.
5. М. Н. Бердичевский, Л. Л. Ваньян, В. И. Дмитриев, Э. Б. Файнберг. Геомагн. и аэрономия, 1969, **9**, 778.
6. U. Schmucker. Geophys., 1971, **36**, 156.
7. Т. Рикитаки. Электромагнетизм и внутреннее строение земли. «Недра», Л., 1968.
8. И. И. Рокитянский, В. Н. Шуман. Изв. АН СССР. Физика Земли, 1971, № 8, 63.
9. U. Schmucker. J. Geomagn. Geoelectr., 1964, **15**, 193.

Московский государственный университет

Московский институт нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина

Статья поступила
10 июля 1972 г.