

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГЕОМАГНЕТИЗМ
И
АЭРОНОМИЯ

Том XV

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2

МОСКВА · 1975

УДК 550.382

АНАЛИЗ АНОМАЛИЙ ПЕРЕМЕННОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ МНОГОСЛОЙНОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОЙ ЗЕМЛИ

М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов

Дан метод разделения аномалий переменного геомагнитного поля на поверхностные и глубинные для модели, в которой слоистая Земля, перекрытая неоднородным слоем произвольной толщины, содержит произвольное число глубинных неоднородностей.

В [1] предложен метод разделения геомагнитных аномалий на поверхностные и глубинные для модели, в которой приповерхностный неоднородный слой Земли аппроксимирован проводящей пленкой Прайса — Шейнманна [2, 3], а глубинные неоднородности погружены в однородное проводящее основание. Очевидно, что ограничения этой модели существенно сужают круг решаемых задач. В настоящей статье дан метод анализа аномалий переменного геомагнитного поля для модели, в которой слоистая Земля, перекрытая неоднородным слоем произвольной толщины, содержит произвольное число глубинных неоднородностей. Разрез модели показан на фигуре. Земля при $z=0$ граничит с непроводящей атмосферой. Приповерхностный неоднородный слой D характеризуется проводимостью $\sigma(x, y)$ и толщиной d_0 . Ниже залегают L однородных слоев с удельными проводимостями $\sigma_i = \text{const}$ и толщинами $d_i = \text{const}$ ($i=1, 2, \dots, L$). В каждом слое, начиная с $(L+1)$ -го, $\sigma_i = \text{const}$, за исключением области Q_i , где σ_i меняется по произвольному закону:

$$\sigma_i(q) = \begin{cases} \sigma_i, & q \notin Q_i, \\ \sigma_i + \Delta\sigma(q), & q \in Q_i, \end{cases} \quad (1)$$

$i=L+1, L+2, \dots, N$

(q — точка наблюдения). Все σ_i и d_i , характеризующие нормальный разрез модели, а также $\sigma(x, y)$ и d_0 предполагаются известными. Магнитная проницаемость повсеместно равна μ_0 . Зависимость поля от времени выражена с помощью множителя $\exp(-i\omega t)$. Модель возбуждается сторонними токами, распределенными с плотностью \mathbf{J}^p в области P атмосферы. Токами смещения, как обычно, пренебрегаем.

Электромагнитное поле в модели удовлетворяет уравнениям:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \mathbf{J}^p, & -\infty < z < 0, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \mathbf{J}^p, & 0 < z < d_0, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \sigma_i \mathbf{E} + \mathbf{J}^q, & d_0 < z < \infty, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= i\omega \mu_0 \mathbf{H}, & -\infty < z < \infty, \end{aligned} \quad (2)$$

где

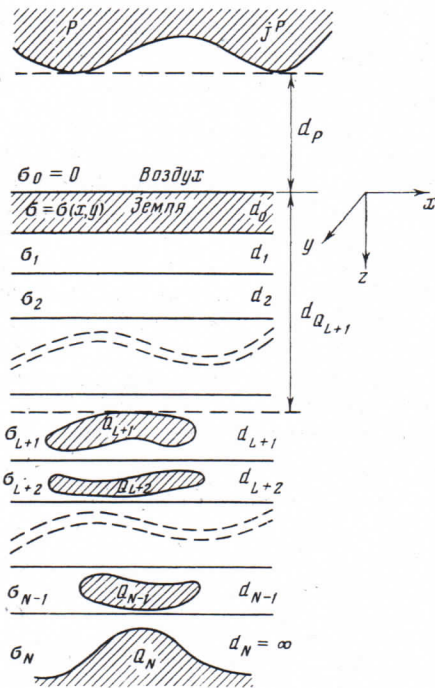
$$\mathbf{J}^p = \sigma(x, y) \mathbf{E}, \quad \mathbf{J}^q = \Delta \sigma \mathbf{E}, \quad (3)$$

и достаточно быстро затухает на бесконечности. На горизонтальных поверхностях раздела слоев, а также на поверхностях Γ_{Q_i} , ограничивающих области Q_i , непрерывно магнитное поле и тангенциальные составляющие электрического поля:

$$[\mathbf{H}]_{z=0} = [\mathbf{H}]_{z=d_i} = 0, \quad i=0, 1, 2, \dots, N-1,$$

$$[E_{x,y}]_{z=0} = [E_{x,y}]_{z=d_i} = 0, \quad [\mathbf{H}]_{\Gamma_{Q_i}} = 0, \quad [E_{\tau}]_{\Gamma_{Q_i}} = 0. \quad (4)$$

Величины $\mathbf{J}^P, \mathbf{J}^Q$ представляют собой объемные плотности избыточных токов, распределенных в слое D и областях Q_i . Поэтому, следуя работе [1],



уравнения (2) можно интерпретировать как уравнения электромагнитного поля, возбуждаемого в горизонтально-однородной Земле сторонними токами $\mathbf{J}^P, \mathbf{J}^Q, \mathbf{J}^D$. В соответствии с этим магнитное поле в Земле и его скалярный потенциал в атмосфере разделяются на три компоненты, возбуждаемые сторонними токами $\mathbf{J}^P, \mathbf{J}^Q$ и \mathbf{J}^D соответственно:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^P + \mathbf{H}^Q + \mathbf{H}^D, \quad U = U^P + U^Q + U^D. \quad (5)$$

Согласно терминологии, принятой в [4, 5], компонента \mathbf{H}^P и ее потенциал U^P описывают нормальную часть поля, а сумма $\mathbf{H}^Q + \mathbf{H}^D$ ($U^Q + U^D$) — аномальную часть

$$\mathbf{H}_n = \mathbf{H}^P, \quad U_n = U^P,$$

(6)

$$\mathbf{H}_a = \mathbf{H}^Q + \mathbf{H}^D, \quad U_a = U^Q + U^D.$$

Задача разделения геомагнитных аномалий на поверхностные и глубинные в данной модели сводится к определению Q - и D -компонент аномального поля. Следуя [1, 5, 4], представим $U^{P,Q,D}, \mathbf{H}^{P,Q,D}$ и \mathbf{J}^D в виде интегралов Фурье:

$$U^{P,Q,D} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} u^{P,Q,D} e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad -d_p < z \leq 0,$$

(7)

$$\mathbf{H}^{P,Q,D} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}^{P,Q,D} e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad d_{Q_{L+1}} > z \geq d_0,$$

$$\mathbf{J}^D = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{j}^D e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta, \quad 0 \leq z \leq d_0,$$

где $d_P, d_{Q_{L+1}}$ — минимальные расстояния от земной поверхности до областей P и Q_{L+1} соответственно.

Спектральные плотности полей и потенциалов удовлетворяют одномерным уравнениям Гельмгольца и определяются как

$$\begin{aligned} u^P &= u^{P+} e^{n_0 z} + u^{P-} e^{-n_0 z}, & -d_P < z \leq 0, \\ u^Q &= u^{Q+} e^{n_0 z}, & z \leq 0, \\ u^D &= u^{D+} e^{n_0 z}, & z \leq 0, \\ h^P &= h_i^{P+} e^{n_i(z-d_0)} + h_i^{P-} e^{-n_i(z-d_0)}, & z \geq d_0, \\ h^Q &= h_i^{Q+} e^{n_i(z-d_0)} + h_i^{Q-} e^{-n_i(z-d_0)}, & d_Q \geq z \geq d_0, \\ h^D &= h_i^{D+} e^{n_i(z-d_0)} + h_i^{D-} e^{-n_i(z-d_0)}, & z \geq d_0, \\ n_0 &= \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}, & n_i = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + k_i^2}, & k_i^2 = -i\omega\mu_0\sigma_i, \end{aligned} \quad (8)$$

где $u^{P+}, u^{P-}, u^{Q+}, u^{D+}, h_i^{P+}, h_i^{P-}, h_i^{Q+}, h_i^{Q-}, h_i^{D+}, h_i^{D-}$ — константы, причем $h_N^{P+} = 0; h_N^{D+} = 0$.

К соотношениям (8) необходимо добавить условия, связывающие компоненты полей и потенциалов на верхней ($z=0$) и нижней ($z=d_0$) сторонах слоя D . При достаточно медленных изменениях $\sigma(x, y)$ для низкочастотного поля имеем [6]:

$$\begin{aligned} h_x^{P,Q} |_{z=d_0} &= \text{ch}(n_0 d_0) h_x^{P,Q} |_{z=0} - \frac{i\alpha}{n_0} \text{sh}(n_0 d_0) h_z^{P,Q} |_{z=0}, \\ h_y^{P,Q} |_{z=d_0} &= \text{ch}(n_0 d_0) h_y^{P,Q} |_{z=0} - \frac{i\beta}{n_0} \text{sh}(n_0 d_0) h_z^{P,Q} |_{z=0}, \\ h_z^{P,Q} |_{z=d_0} &= \text{ch}(n_0 d_0) h_z^{P,Q} |_{z=0} + \text{sh}(n_0 d_0) \frac{i\alpha h_x^{P,Q} + i\beta h_y^{P,Q}}{n_0} \Big|_{z=0}, \\ h_x^D |_{z=d_0} &= \text{ch}(n_0 d_0) h_x^D |_{z=0} + \text{sh}(n_0 d_0) \frac{1}{n_0} (j_y^D - i\alpha h_z^D) |_{z=0}, \\ h_y^D |_{z=d_0} &= \text{ch}(n_0 d_0) h_y^D |_{z=0} + \text{sh}(n_0 d_0) \frac{1}{n_0} (-j_x^D - i\beta h_z^D) |_{z=0}, \\ h_z^D |_{z=d_0} &= \text{ch}(n_0 d_0) h_z^D |_{z=0} + \text{sh}(n_0 d_0) \frac{1}{n_0} (i\alpha h_x^D + i\beta h_y^D) |_{z=0}. \end{aligned} \quad (9)$$

Кроме того, имеет место

$$(h_z^D)'_{z=d_0} = \text{ch}(n_0 d_0) (h_z^D)'_{z=0} + n_0 \text{sh}(n_0 d_0) h_z^D |_{z=0} + \frac{\text{sh}(n_0 d_0)}{n_0} (i\alpha j_y^D - i\beta j_x^D) |_{z=0}, \quad (10)$$

где штрих означает дифференцирование по Z . Уравнения (8) совместно с (9), (10) позволяют при известных параметрах нормального разреза найти u^{D+}, u^{Q+} по h, j^D . В самом деле, согласно (8) и (9)

$$(h_z^D)'_{z=d_0} - (h_z^D)'_{z=0} = -\frac{n_1}{R^*} h_z^D |_{z=d_0} - n_0^2 u^{D+} = u^{D+} n_0 \left(\frac{n_1}{R^*} e^{n_0 d_0} + n_0 \right), \quad (11)$$

где

$$R^* = \text{cth} \left\{ n_1 d_1 + \text{arcth} \left[\frac{n_1}{n_2} \text{cth} \left(n_2 d_2 + \dots + \text{arcth} \frac{n_{N-1}}{n_N} \right) \right] \right\}.$$

С другой стороны, согласно (10):

$$\begin{aligned} (h_z^D)'_{z=d_0} - (h_z^D)'_{z=0} = \operatorname{ch}(n_0 d_0) (h_z^D)'_{z=0} + n_0 \operatorname{sh}(n_0 d_0) h_z^D|_{z=0} + \\ + \frac{\operatorname{sh}(n_0 d_0)}{n_0} (i\alpha j_y^D - i\beta j_x^D)|_{z=0} - (h_z^D)'_{z=0} = -n_0^2 u^{D+} (e^{n_0 d_0} - 1) + \\ + \frac{\operatorname{sh}(n_0 d_0)}{n_0} [i\alpha j_y^D - i\beta j_x^D]|_{z=0}. \end{aligned} \quad (12)$$

Приравнивая правые части равенств (11) и (12) и разрешая полученное уравнение относительно u^{D+} , находим:

$$u^{D+} = R^* \cdot \frac{1 - e^{-2n_0 d_0}}{2n_0^2} \cdot \frac{i\alpha j_y^D - i\beta j_x^D}{R^* n_0 + n_1} \Big|_{z=0}. \quad (13)$$

В соответствии с (6) u^{Q+} может быть определено как разность:

$$u^{Q+} = u_a^+ - u^{D+}. \quad (14)$$

Согласно [5]:

$$u_a^+ = - \frac{R^* h_z' + n_1 h_z}{R^* n_0^2 + n_1 n_0} \Big|_{z=0}. \quad (15)$$

Подставляя (13) и (15) в (14), определяем:

$$\begin{aligned} u^{Q+} = -i \left[\alpha R^* \left(h_x + \frac{1 - e^{-2n_0 d_0}}{2n_0} j_y^D \right) + \right. \\ \left. + \beta R^* \left(h_y - \frac{1 - e^{-2n_0 d_0}}{2n_0} j_x^D \right) - i n_1 h_z \right] \Big|_{z=0} \frac{1}{n_0 [R^* n_0 + n_1]}. \end{aligned} \quad (16)$$

Теперь можно определить поверхностные \mathbf{H}^D и глубинные \mathbf{H}^Q составляющие геомагнитного поля:

$$\begin{aligned} h_x^{Q,D}|_{z=0} = i\alpha u^{Q,D+}, \quad h_y^{Q,D}|_{z=0} = i\beta u^{Q,D+}, \\ h_z^{Q,D}|_{z=0} = -n_0 u^{Q,D+}, \end{aligned} \quad (17)$$

откуда

$$\mathbf{H}^{Q,D}|_{z=0} = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{h}^{Q,D}|_{z=0} e^{-i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (18)$$

Отметим, что спектральные плотности $\mathbf{j}_{x,y}^D$ легко могут быть определены, если известны $\sigma(x, y)$ и $E|_{z=0}$:

$$\mathbf{j}_{x,y}^D = \iint_{-\infty}^{+\infty} E_{x,y} \sigma(x, y) e^{i(\alpha x + \beta y)} d\alpha d\beta. \quad (19)$$

Таким образом, при совместных измерениях \mathbf{H} , \mathbf{E} геомагнитные аномалии разделяются на поверхностные и глубинные, если известны $\sigma(x, y)$ и параметры нормального геоэлектрического разреза ($\sigma_i, d_i, i=1, 2, \dots, N$).

На практике нормальный разрез может быть получен с помощью глубинного частотного зондирования, выполненного вдали от неоднородностей, а распределение $\sigma(x, y)$ — с помощью электроразведочного профилирования.

При неограниченном сжатии неоднородного слоя D в тонкую проводящую пленку S :

$$\lim_{d_0 \rightarrow 0} \sigma(x, y) d_0 = S(x, y)$$

получим

$$\frac{1 - e^{-2n_0 d_0}}{2n_0} j_{x,y}^D \xrightarrow{d_0 \rightarrow 0} j_{x,y}^S \quad (20)$$

где $j_{x,y}^S$ — спектральные плотности поверхностных токов, текущих в пленке S :

$$j_{x,y}^S = \iint_{-\infty}^{+\infty} E_{x,y} S(x, y) e^{i(\alpha x + \beta y)} dx dy \quad (21)$$

Следовательно, (13) и (16) принимают вид

$$u^{D+} = -iR^* \frac{\beta j_x^S - \alpha j_y^S}{n_0(R^* n_0 + n_1)} \Big|_{z=0}, \quad (22)$$

$$u^{Q+} = -i \frac{\alpha R^* (h_x + j_y^S) + \beta R^* (h_y - j_x^S) - i n_1 h_z}{n_0(R^* n_0 + n_1)} \Big|_{z=0}.$$

Поскольку $R^* = 1$ при $N = 1$, то в этом случае выражение (22) полностью совпадает с формулами, полученными в [1].

Формулы для разделения геомагнитных аномалий на поверхностные и глубинные существенно упрощаются при переходе к двумерной модели, в которой поле и среда не зависят от y ($\beta = 0$). В этом случае $E_x = J_x^D = H_y = 0$ (E -поляризация), и выражения (13), (16) (17) записываются:

$$u^{D+} = iR^* \operatorname{sign} \frac{1 - e^{-2|\alpha|d_0}}{2|\alpha|} \frac{j_y^D}{R^* |\alpha| + \sqrt{\alpha^2 + k_1^2}} \Big|_{z=0}, \quad (23)$$

$$u^{Q+} = -i \frac{\alpha R^* \left(h_x + \frac{1 - e^{-2|\alpha|d_0}}{|\alpha|} j_y^D \right) - i \sqrt{\alpha^2 + k_1^2} h_z}{|\alpha| (R^* |\alpha| + \sqrt{\alpha^2 + k_1^2})} \Big|_{z=0},$$

$$h_x^{Q,D} |_{z=0} = i\alpha u^{Q,D+}, \quad h_y^{Q,D} |_{z=0} = 0, \quad (24)$$

$$h_z^{Q,D} |_{z=0} = -|\alpha| u^{Q,D+},$$

Причем

$$H^{Q,D} |_{z=0} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} h^{Q,D} |_{z=0} e^{-i\alpha x} d\alpha. \quad (25)$$

В двумерном случае для нахождения спектральной плотности j_y^D достаточно только магнитных измерений [1]:

$$j_y^D = i\omega\mu_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x) e^{i\alpha x} dx \int_{-\infty}^{\infty} H_z |_{z=0} dx. \quad (26)$$

Таким образом, в двумерной модели геомагнитные аномалии могут быть разделены на поверхностные и глубинные, если известны $\sigma(x)$ и параметры σ_i, d_i нормального разреза.

Полученные результаты позволяют подойти к решению задач интерпретации данных магнитовариационного зондирования и профилирования в сложных геоэлектрических условиях, отвечающих многослойным горизонтально-неоднородным разрезам.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов, О. Н. Жданова. Геомагн. и аэрономия, 1974, 14, 136.
2. A. T. Price. Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1949, 2, 283.
3. С. М. Шейнманн. Прикл. геофизика, 1947, вып. 3.
4. М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов. Геомагн. и аэрономия, 1973, 13, 339.
5. М. С. Жданов, М. Н. Бердичевский. Геомагн. и аэрономия, 1973, 13, 1110.
6. М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов. Сб. «Геомагнитные исследования», вып. 16. «Сов. радио», 1975.

Институт нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина

Статья поступила
25 июня 1974 г.