АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XV

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

3

МОСКВА · 1975

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XV 1975 № 3

УДК 550.385

О ПОВЕРХНОСТНЫХ АНОМАЛИЯХ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

М. С. Жданов, М. Н. Бердичевский, О. Н. Жданова

Рассмотрен метод определения электропроводности поверхностного слоя Земли произвольной толщины по геомагнитным аномалиям. Исследованы вопросы нормализации кривых глубинного электромагнитного зондирования, искаженных поверхностными неоднородностями.

В [1] показана возможность разделения аномалий переменного электромагнитного поля Земли на поверхностные и глубинные и предложен метод, позволяющий определять суммарную проводимость неоднородного поверхностного слоя. Продолжением работы [1] является работа [2], где развит способ исключения влияния поверхностного слоя и нормализации кривых глубинного электромагнитного зондирования. Обе задачи решены с помощью приближенных граничных условий Прайса — Шейнмана, справедливых для тонких слоев [3, 4], что, очевидно, накладывает ограничения на применимость развиваемых методов. В [5] задача разделения решена на более общей основе, использующей модели с поверхностным слоем произвольной толщины. В настоящей статье рассмотрен метод определения электропроводности такого слоя и исключения его искажающего влияния на кривые глубинного электромагнитного зондирования.

Рассмотрим модель, изображенную на фиг. 1, в которой плоская проводящая Земля ($z>0$) граничит с однородной непроводящей атмосферой ($z<0$). Поверхностный неоднородный слой D характеризуется проводимостью $\sigma(x, y)$ и толщиной d_0. Среда ниже слоя D горизонтально-однородна и состоит из N однородных слоев с удельными проводимостями $\sigma_i=$ $=$const, $i=1, 2, \ldots, N$ и толщинами $d_i=$const, $i=1, 2, \ldots, N-1$, $d_N=\infty$. Модель возбуждается ионосферными сторонними токами, меняющимися по закону $\exp(-i\omega t)$. Токами смещения пренебрегаем. Магнитная проницаемость всюду равна $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$ *гн/м*.

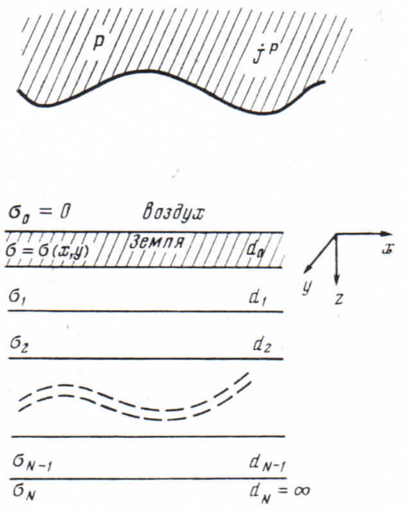
Начнем с определения функции $\sigma(x, y)$. Для решения задачи воспользуемся результатами работ [5, 6], в которых получены выражения для спектральных плотностей вертикальных составляющих аномального геомагнитного поля и его D-компоненты:

$$h_{za}|_{z=0}=\frac{\operatorname{ch}(n_0d_0)\,e^{-n_0d_0}}{n_0-(i\omega\mu_0/Z_n)}\left\{[1-Z/Z_n]+\right.$$

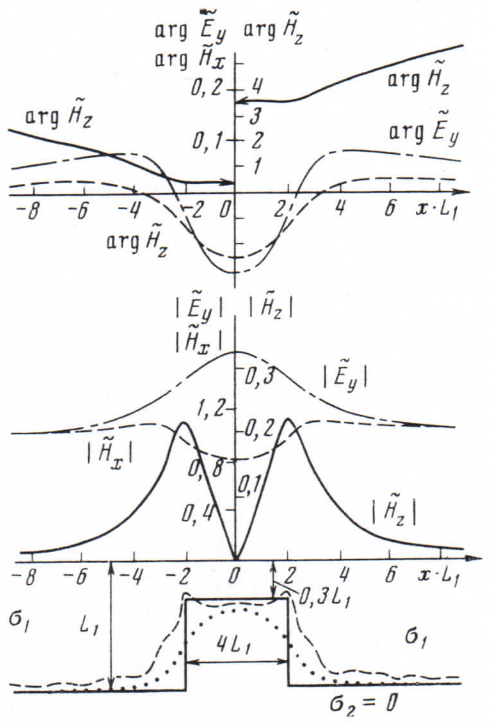
$$\left.+\operatorname{th}(n_0d_0)\left[\frac{n_0Z}{i\omega\mu_0}-\frac{i\omega\mu_0}{n_0Z_n}\right]\right\}(i\alpha h_x+i\beta h_y)|_{z=0}; \tag{1}$$

$$h_z{}^D|_{z=0}=-\frac{\operatorname{sh}(n_0d_0)\,e^{-n_0d_0}}{n_0-(i\omega\mu_0/Z_n)}\frac{1}{n_0}(i\alpha j_y{}^D-i\beta j_x{}^D)|_{z=0}; \tag{2}$$

$$n_0=\sqrt{\alpha^2+\beta^2},$$



Фиг. 1



Фиг. 2

где α, β — пространственные частоты; $h_{x,y}$, $j^D_{x,y}$ — спектральные плотности x- и y-составляющих магнитного поля и плотности избыточного тока, текущего в слое D; Z_n — нормальный импеданс, отвечающий горизонтально-однородному разрезу, перекрытому неоднородностями

$$Z_n = -i\omega\mu_0 \frac{R^*}{n_1} = -\frac{i\omega\mu_0}{n_1} \operatorname{cth}\left\{ n_1 d_1 + \operatorname{arcth}\left[\frac{n_1}{n_2} \operatorname{cth}\left(n_2 d_2 + \ldots \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \ldots + \operatorname{arcth} \frac{n_{N-1}}{n_N} \right) \right] \right\}, \qquad (3)$$

$$n_i = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + k_i^2} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - i\omega\mu_0\sigma_i},$$

Z — спектральный магнитный импеданс, определяемый по h_z, h_x, h_y с помощью известных формул [7], полученных для горизонтально-однородной модели (т. е. модели без поверхностного неоднородного слоя)

$$Z = \frac{\omega\mu_0\alpha}{n_0^2} \frac{h_z}{h_x}\bigg|_{z=0} = \frac{\omega\mu_0\beta}{n_0^2} \frac{h_z}{h_y}\bigg|_{z=0} = i\omega\mu_0 \frac{h_z}{i\alpha h_x + i\beta h_y}\bigg|_{z=0}. \qquad (4)$$

В рассматриваемой модели аномальное поле представлено только D-компонентой. Приравнивая h_{za} и h_z^D, находим

$$\alpha j_y^D - \beta j_x^D = \left\{ \frac{n_0}{\operatorname{th}(n_0 d_0)} [Z/Z_n - 1] + \left[\frac{i\omega\mu_0}{Z_n} - \frac{n_0^2 \cdot Z}{i\omega\mu_0} \right] \right\} (\alpha h_x + \beta h_y)\big|_{z=0}. \qquad (5)$$

Введем спектральные плотности

$$\mathbf{e}=\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathbf{E}e^{i(\alpha x+\beta y)}\,dx\,dy, \tag{6}$$

$$\sigma^F=\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\sigma(x,y)\,e^{i(\alpha x+\beta y)}\,dx\,\,dy.$$

Тогда

$$j^D_{x,y}=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}e_{x,y}(\alpha_1,\beta_1)\,\sigma^F(\alpha-\alpha_1,\beta-\beta_1)\,d\alpha_1\,d\beta_1. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (5), получаем интегральное уравнение типа Фредгольма 1-го рода относительно спектральной плотности σ^F

$$\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}[\alpha e_y(\alpha_1,\beta_1)-\beta\cdot e_x(\alpha_1,\beta_1)]_{z=0}\cdot\sigma^F(\alpha-\alpha_1,\beta-\beta_1)\,d\alpha_1\,d\beta_1=$$

$$=4\pi^2\left\{\frac{n_0}{\operatorname{th}(n_0d_0)}\cdot[Z/Z_n-1]+\left[\frac{i\omega\mu_0}{Z_n}-\frac{n_0{}^2Z}{i\omega\mu_0}\right]\right\}(\alpha h_x+\beta h_y)|_{z=0}, \tag{8}$$

откуда после обратного фурье-преобразования находим $\sigma(x,y)$. При $N=$ $=1$, т. е. в случае, когда нормальный разрез представлен однородным полупространством с проводимостью σ_1, уравнение (8) упрощается

$$\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}[\alpha e_y(\alpha_1,\beta_1)-\beta e_x(\alpha_1,\beta_1)]_{z=0}\,\sigma^F(\alpha-\alpha_1,\beta-\beta_1)\,d\alpha_1\,d\beta_1=$$

$$=4\pi^2\left\{in_1\cdot h_z\left[\frac{n_0}{\operatorname{th}(n_0d_0)}+\frac{n_0}{n_1}\right]-(\alpha h_x-\beta h_y)\left[\frac{n_0}{\operatorname{th}(n_0d_0)}+n_1\right]\right\}_{z=0}. \tag{9}$$

Таким образом, удельная электропроводность поверхностного слоя D может быть определена путем совместных измерений **H**, **E** при условии, что параметры нормального геоэлектрического разреза (σ_i, d_i), определяющие нормальный импеданс Z_n, известны. На практике нормальный разрез может быть получен с помощью глубинного частотного зондирования, выполненного вдали от неоднородностей.

Задача существенно упрощается при переходе к двумерной модели, в которой поле и среда не зависят от $y(\beta=0)$. При этом $E_x=J_x{}^D=H_y=0$ (E-поляризация) и, следовательно, выражение (5) принимает вид

$$j_y{}^D=\left\{\frac{|\alpha|}{\operatorname{th}(|\alpha|d_0)}[Z/Z_n-1]+\left[\frac{i\omega\mu_0}{Z_n}-\frac{\alpha^2Z}{i\omega\mu_0}\right]\right\}h_x|_{z=0}, \tag{10}$$

где

$$j_y{}^D=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\sigma(x)E_y|_{z=0}\,e^{i\alpha x}\,dx, \tag{11}$$

$$Z_n=-i\omega\mu_0\frac{R^*}{\sqrt{\alpha^2+k_1{}^2}},\qquad Z=\frac{\omega\mu_0}{\alpha}\frac{h_z}{h_x}\Bigg|_{z=0}.$$

В этом случае отпадает необходимость в решении интегрального уравнения (8), так как $\sigma(x)$ определяется из (10), (11) с помощью обратного фурье-преобразования:

$$\sigma(x) = \left[\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{E_y}\int_{-\infty}^{+\infty} j_y{}^D e^{-i\alpha x}\, d\alpha\right]_{z=0}. \tag{12}$$

При неограниченном сжатии неоднородного слоя в тонкую проводящую пленку S: $\lim\limits_{d_0\to 0}\sigma d_0 = S$ получаем

$$S = \left[\frac{i}{2\pi}\frac{1}{E_y}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sqrt{\alpha^2+k_1{}^2}}{\alpha R^*}h_z e^{-i\alpha x}\,d\alpha - \frac{H_x}{E_y}\right]_{z=0}, \tag{13}$$

где S — продольная проводимость пленки. При $N=1$ (т. е. при $R^*=1$) выражение (13) совпадает с известной формулой, полученной в [1].

Отметим, что в двумерном случае для определения σ и S достаточно магнитных измерений, так как согласно второму уравнению Максвелла

$$E_y|_{z=0} = i\omega\mu_0\int_{-\infty}^{x} H_z|_{z=0}\,dx. \tag{14}$$

Для иллюстрации обратной задачи возьмем модель горста, разрез которой изображен на фиг. 2. Модель возбуждается плоской E-поляризованной волной. Решение прямой задачи дано в [8]. На фиг. 2 показаны графики компонент E_y, H_x, H_z, нормированных по нормальному полю

$$\tilde{H}_x = H_x/H_{xn}, \quad \tilde{H}_z = H_z/H_{xn}, \quad \tilde{E}_y = E_y/E_{yn}.$$

Аппроксимируем верхний слой модели слоем постоянной толщины d_0 и переменной электропроводности $\sigma(x)$. Согласно (12)

$$S(x) = d_0\sigma(x) =$$
$$= d_0\left[\frac{i}{2\pi}\frac{1}{E_y}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{2|\alpha|}{1-e^{-2|\alpha|d_0}}(\operatorname{sign}\alpha h_z + i h_{xa})\,e^{-i\alpha x}\,d\alpha - \frac{H_{xn}}{E_y}\right]_{z=0}, \tag{15}$$

где h_{xa} — спектральная плотность аномальной части $H_{xa}=H_x-H_{xn}$, $S(x)$ — продольная проводимость поверхностного слоя. Полагая σ_1 известным, находим толщину верхнего слоя

$$d(x) = S(x)/\sigma_1. \tag{16}$$

График $d(x)$ показан на фиг. 2 (штриховая линия). Здесь же для сравнения показан график $d(x)$, построенный по формулам, полученным с помощью формулы (13), вывод которой основан на использовании приближенных условий Прайса — Шейнманна для тонкого слоя (пунктирная линия). Как видим, учет конечной толщины верхнего слоя существенно улучшает результаты решения обратной задачи.

Теперь рассмотрим метод нормализации кривых глубинного электромагнитного зондирования. Согласно (5)

$$Z_n = KZ, \tag{17}$$

где K — поправочный множитель, учитывающий влияние неоднородного слоя D:

$$K = \left[1 + \frac{i\omega\mu_0}{Z}\cdot\frac{\operatorname{th}(n_0 d_0)}{n_0}\right]\cdot\left[1 + n_0\operatorname{th}(n_0 d_0)\cdot Z/i\omega\mu_0 + \right.$$
$$\left. + \frac{\operatorname{th}(n_0 d_0)}{n_0}\cdot\frac{\alpha j_y{}^D - \beta j_x{}^D}{\alpha h_x + \beta h_y}\right]^{-1}_{z=0}. \tag{18}$$

Очевидно, что при известной $\sigma(x, y)$ мы можем с помощью (7) найти $j^D_{x,y}$ и, вычислив функцию K, определить импеданс Z_n среды, подстилающей неоднородный слой. Это позволяет получить нормализованные кривые электромагнитного зондирования:

$$\rho_k = |Z_n|^2/\omega\mu_0. \tag{19}$$

Отметим, что возможен непосредственный переход от искаженных кривых зондирования ρ_k^* к нормализованным ρ_k:

$$\rho_k = |K^2|\rho_k^*. \tag{20}$$

В двумерной ситуации расчет коэффициента K немного упрощается, так как

$$K = \left[1 + \frac{i\omega\mu_0}{Z}\cdot\frac{\operatorname{th}(|\alpha|d_0)}{|\alpha|}\right]\cdot\left[1 + |\alpha|\operatorname{th}(|\alpha|d_0)Z/i\omega\mu_0 + \frac{\operatorname{th}(|\alpha|d_0)}{|\alpha|}\cdot\frac{j_y^D}{h_x}\right]^{-1}_{z=0}; \tag{21}$$

причем j_y^D находится, согласно (11), (14), только по магнитным измерениям

$$j_y^D = i\omega\mu_0 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \sigma e^{i\alpha x}\,dx \int\limits_{-\infty}^{x} H_z|_{z=0}\,dx. \tag{22}$$

Рассмотренные методы дают основу для создания новых алгоритмов интерпретации аномалий переменного электромагнитного поля Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов, О. Н. Жданова. Геомагн. и аэрономия, 1974, 14, 136.
2. М. С. Жданов, М. Н. Бердичевский, О. Н. Жданова. Геомагн. и аэрономия, 1973, **13**, 132.
3. A. T. Price. Quart. Mech. Appl. Math., 1949, **2**, 283.
4. С. М. Шейнманн. Прикладная геофизика, вып. 3. Гостоптехиздат, 1947.
5. М. Н. Бердичевский, М. С. Жданов. Геомагн. и аэрономия, 1975, **15**, 325.
6. М. С. Жданов, М. Н. Бердичевский. Геомагн. и аэрономия, 1973, **13**, 1110.
7. М. Н. Бердичевский, Л. Л. Ваньян, Э. Б. Файнберг. Геомагн. и аэрономия, 1969, **9**, 570.
8. В. И. Дмитриев, Г. А. Кокотушкин. Альбом палеток для магнитотеллурического зондирования в неоднородных средах. Изд-во МГУ, 1971.

Московский институт нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина

Московский государственный университет

Статья поступила 25 мая 1974 г.