АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XVI

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

3

МОСКВА · 1976

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

Том XVI 1976 № 3

УДК 550.383

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГЕОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

М. С. Жданов, Э. Б. Файнберг

Предложен способ учета ограниченности и дискретности систем наблюдения геомагнитных полей, основанный на их предварительной фильтрации. Для выбора параметров фильтрации используются идеи регуляризации. Рассмотрены случаи фильтрации полей на плоскости и сфере.

При исследовании геомагнитных полей широко применяются методы пространственно-временно́го анализа. Основные трудности, возникающие при этом, обусловлены ограниченностью и дискретностью систем наблюдения, неточностью инструментальных измерений. В настоящей статье рассматриваются способы преодоления указанных трудностей, основанные на предварительной фильтрации полей. Для выбора параметров фильтрации используются идеи регуляризации, изложенные в работах [1—4] и др.

Задача пространственно-временно́го анализа естественно распадается на два этапа: 1) фурье-преобразование временны́х рядов, 2) пространственный анализ. При локальных исследованиях, когда можно пренебречь кривизной Земли, пространственный анализ сводится к фурье-преобразованию полей на ограниченной территории. При региональных исследованиях анализируются поля на поверхности сферы. Рассмотрим последовательно все этапы пространственно-временно́го анализа.

Временно́й анализ геомагнитных полей. Пусть в произвольной точке на поверхности земли задана какая-либо компонента переменного поля $H(t)$. Предположим, что функция $H(t)$ интегрируема с квадратом вдоль всей оси t, т. е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H(t)|^2\,dt<\infty. \tag{1}$$

Физически это означает, что практически вся энергия исследуемого поля сосредоточена внутри некоторого интервала $(-t_0/2,\ t_0/2)$. Тогда временной спектр поля можно записать в виде

$$G(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} H(t)\,e^{i\omega t}\,dt.$$

Обычно исходное поле определяется с некоторой погрешностью $\delta H(t)$, поэтому и $G(\omega)$ определится с соответствующей погрешностью. Кроме того, мы вынуждены использовать ограниченные и дискретные во времени значения поля, что вносит дополнительную погрешность в определяемый временной спектр. Задача заключается в том, чтобы разработать такой численный метод анализа, который позволил бы определять временной спектр с минимальной погрешностью. В основу метода положим принцип частотной и временно́й фильтрации. Для выбора оптимальных параметров фильтров воспользуемся подходом, изложенным в работе [5]. Следуя [5], зададим временны́е и спектральные окна в виде фильтров Тьюки

$$\tau_T(t)=\begin{cases}\left(1+\cos\dfrac{2\pi t}{T}\right)\Big/2 & \text{при} \quad |t|\leqslant T/2,\\ 0 & \text{при} \quad |t|\geqslant T/2,\end{cases} \tag{2}$$

$$s_\Omega(\omega)=\begin{cases}\left(1+\cos\dfrac{2\pi\omega}{\Omega}\right)\Big/2 & \text{при} \quad |\omega|\leqslant \Omega/2,\\ 0 & \text{при} \quad |\omega|\geqslant \Omega/2.\end{cases} \tag{3}$$

Временна́я фильтрация заключается в пропускании исходного сигнала $H^{(\delta)}(t)$ через временно́е окно (2):

$$\Gamma_T H^{(\delta)}(t)=\tau_T(t)\,H^{(\delta)}(t) \tag{4}$$

(Γ_T — оператор временно́й фильтрации). При этом исключаются значения исходного сигнала, выходящие за пределы заданного интервала T. В случае частотной фильтрации спектр исходного сигнала $h^{(\delta)}(\omega)$ пропускается через спектральное окно (3):

$$S_\Omega H^{(\delta)}(t)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_\Omega(\omega)\,h^{(\delta)}(\omega)\,e^{-i\omega t}\,d\omega \tag{5}$$

(S_Ω — оператор частотной фильтрации), в результате чего выделяется сглаженный сигнал, который, согласно теореме Котельникова, может быть однозначно представлен своими дискретными значениями с шагом $\Delta t=2\pi/\Omega$. Обозначим через $\Phi_{\Omega T}$ оператор, осуществляющий одновременно частотную и временну́ю фильтрацию геомагнитного поля

$$\tilde{H}^{(\delta)}_{\Omega T}(t)=\Phi_{\Omega T}H^{(\delta)}(t)=S_\Omega\Gamma_T H^{(\delta)}(t). \tag{6}$$

Основная трудность при практической реализации фильтра (6) заключается в выборе параметров T и Ω, определяющих ширину спектральных и временны́х окон. Возможны различные подходы к решению этого вопроса [6, 7]; в настоящей работе мы воспользуемся способами, применяемыми в методах регуляризации. В основе этих способов лежит естественное требование, чтобы норма уклонения отфильтрованного сигнала от исходного не превышала нормы погрешности δ

$$\|\Phi_{\Omega T}H^{(\delta)}(t)-H^{(\delta)}(t)\|\leqslant\delta, \tag{7}$$

где

$$\|F^{(\delta)}(t)\|=\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty}|F^{(\delta)}(t)|^2\,dt\right)^{1/2}, \tag{8}$$

$$\delta=\|\delta H(t)\|=\left(\int\limits_{-\infty}^{\infty}|\delta H(t)|^2\,dt\right)^{1/2}. \tag{9}$$

Одновременное определение параметров Ω и T из условия (7) затруднено и приводит к неоднозначному результату. Как показано ниже, удобно искать T и Ω последовательно из условий

$$\varphi(T)=\|\Gamma_T H^{(\delta)}(t)-H^{(\delta)}(t)\|\leqslant q\delta, \tag{10}$$

$$\psi(\Omega,T)=\|S_\Omega\Gamma_T H^{(\delta)}(t)-\Gamma_T H^{(\delta)}(t)\|\leqslant(1-q)\,\delta, \tag{11}$$

где $0<q<1$ — некоторый коэффициент, имеющий смысл весового множителя. Задаваясь различными значениями q, можно изменять распределение погрешности на временно́м и частотном этапах фильтрации. При этом условие (7) всегда выполняется, поскольку

$$\|\Phi_{\Omega T}H^{(\delta)}(t)-H^{(\delta)}(t)\|\leqslant\|\Phi_{\Omega T}H^{(\delta)}(t)-\Gamma_T H^{(\delta)}(t)\|+$$
$$+\|\Gamma_T H^{(\delta)}(t)-H^{(\delta)}(t)\|\leqslant q\delta+(1-q)\delta=\delta.$$

Исследуем функции $\varphi(T)$ и $\psi(\Omega, T)$. Функция $\varphi(T)$ обладает следующими свойствами:

1) $\varphi(0)=\|H^{(\delta)}(t)\|$, 2) $\lim\limits_{T\to\infty}\varphi(T)=0$. Покажем, что $\varphi(T)$ монотонно убывает от $\|H^{(\delta)}(t)\|$ до 0. Имеем

$$\frac{d\varphi}{dT}=-\frac{\pi}{T^2}\int\limits_{-T/2}^{T/2}\left(1-\cos\frac{2\pi t}{T}\right)\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)(H^{(\delta)}(t))^2 t\,dt.$$

На интервале $-T/2<t<T/2$ сомножители $\left(1-\cos\dfrac{2\pi t}{T}\right)$ и $t\sin\dfrac{2\pi t}{T}$ всюду, за исключением начала координат, больше нуля. Если на любом интервале $-t_1<t<t_1$ $(t_1>0)$ поле $H^{(\delta)}(t)\not\equiv0$, то $d\varphi/dT<0$ при $T>0$ и, следовательно, функция $\varphi(t)$ монотонно убывает на всей полуоси. Если же существует момент t^* такой, что $H^{(\delta)}(t)\equiv0$ при $-t^*\leqslant t\leqslant t^*$, а на любом интервале (t^*, t_2) или $(-t_2, -t^*)$ (где $t_2>t^*$), $H^{(\delta)}(t)\not\equiv0$, то $d\varphi/dT\equiv0$ при $0\leqslant T\leqslant t^*$ и $d\varphi/dT<0$ при $T>t^*$, т. е. до момента t^* функция $\varphi(T)$ сохраняет постоянное значение, а затем монотонно убывает до нуля. Нетрудно показать, что функция $\psi(\Omega, T)$ при фиксированном T ведет себя относительно Ω аналогичным образом. Описанные выше свойства $\varphi(T)$ и $\psi(\Omega, T)$ показывают, что при любом $\delta<\|H^{(\delta)}(t)\|$ и при любом $0<q<1$ существуют такие T_0 и Ω_0, начиная с которых выполняются неравенства (10) и (11). Значения T_0 и Ω_0 определяются единственным образом, и их естественно принять в качестве оптимальных величин, задающих ширину временно́го и спектрального окон. Таким образом, задача определения оптимальных параметров T_0 и Ω_0 сводится к последовательному решению уравнений

$$\varphi(T)=q\delta,\quad \psi(\Omega, T_0)=(1-q)\delta. \tag{12}$$

На практике условие (12) удобно заменить эквивалентным условием

$$|\varphi(T)-q\delta|^2=\min, \tag{13а}$$

$$|\psi(\Omega, T_0)-(1-q)\delta|^2=\min. \tag{13б}$$

Полученный фильтр применим для обработки полей, заданных на ограниченном временно́м интервале в конечном числе точек. В самом деле, действие фильтра $\Phi_{\Omega_0 T_0}$ согласно (6) сводится к последовательному применению операторов Γ_{T_0} и S_{Ω_0}, первый из которых по определению предполагает знание поля только на интервале $(-T_0/2<t<T_0/2)$, а второй — в дискретной сети точек с шагом $\Delta t=2\pi/\Omega_0$. Таким образом, отфильтрованное поле $\tilde{H}^{(\delta)}(t)$ может быть записано в виде

$$\tilde{H}^{(\delta)}_{\Omega_0 T_0}(k\Delta t)=\frac{\pi}{4}\sum_{n=-[T_0/2\Delta t]-k}^{n=[T_0/2\Delta t]-k}\left(1+\cos\frac{2\pi\Delta t(n+k)}{T_0}\right)\times$$
$$\times\frac{\sin(\Omega_0 n\Delta t/2)}{n}\,\frac{1}{\pi^2-(\Omega_0 n\Delta t/2)^2}H^{(\delta)}((n+k)\Delta t). \tag{14}$$

Функция $\varphi(t)$, используемая в (13а), также может быть записана в дискретном виде:

$$\varphi(T)=\frac{1}{4}\sum_{n=-[t_0/2\Delta t]}^{n=[t_0/2\Delta t]}|1-\tau_T(n\Delta t)|^2|H^{(\delta)}(t)|^2+\varepsilon, \qquad (15)$$

где $\tau_T(n\Delta t)$ вычисляется согласно (2), а ε определяется энергией поля вне интервала наблюдений. При практическом анализе для выполнения условий (13) следует выбирать такие типы вариаций, подавляющая часть энергии которых сосредоточена в пределах анализируемого интервала. Для выбора параметра ε необходимо привлекать дополнительные данные о поведении $H^{(\delta)}(t)$ вне анализируемого интервала. При этом минимально допустимая длина временно́го интервала определяется из условия $\varepsilon<q\delta$. Выбор параметра T_0 осуществляется путем подстановки (15) в (13а) и минимизации последнего.

Функция $\psi(\Omega, T_0)$ также записывается в дискретном виде:

$$\psi(\Omega, T_0)=\sum_{k=-[T_0/2\Delta t]}^{k=[T_0/2\Delta t]}|\tilde{H}^{(\delta)}_{\Omega T_0}(k\Delta t)-\tau_{T_0}(k\Delta t)H^{(\delta)}(k\Delta t)|^2, \qquad (16)$$

где $\tilde{H}^{(\delta)}_{\Omega T_0}$ определяется согласно (14). Подставляя (16) в выражение (13б) и минимизируя последнее, находим Ω_0.

Пространственный анализ геомагнитных полей на плоскости (локальные исследования). При локальных исследованиях пространственный анализ заключается в фурье-преобразовании геомагнитных полей, заданных на горизонтальной плоскости. Обозначим через $H^{(\delta)}(x, y)$ какую-либо компоненту поля, измеренную на этой плоскости с погрешностью $\delta H(x, y)$, где x, y — декартовы координаты точки наблюдения. Предположим, что функция $H^{(\delta)}(x, y)$ интегрируема с квадратом по всей плоскости xy, т. е.

$$\iint\limits_{-\infty}^{\infty}|H^{(\delta)}(x, y)|^2\,dx\,dy<\infty. \qquad (17)$$

Это условие, аналогичное условию (1), означает, что основная часть энергии поля сосредоточена внутри прямоугольной области

$$\Pi:\left\{\begin{matrix}-x_0/2<x<x_0/2\\ -y_0/2<y<y_0/2\end{matrix}\right\}.$$

Тогда пространственный спектр геомагнитного поля выражается

$$h^{(\delta)}(\alpha, \beta)=\iint\limits_{-\infty}^{\infty}H^{(\delta)}(x, y)\,e^{i(\alpha x+\beta y)}\,dx\,dy. \qquad (18)$$

Для исключения погрешности, связанной с ограниченностью и дискретностью данных, при пространственном анализе также воспользуемся принципом частотной и временно́й фильтрации. Зададим корреляционные и спектральные окна в виде:

$$l_R(x, y)= \qquad (19)$$

$$=\begin{cases}\left(1+\cos\dfrac{2\pi x}{R}\right)\left(1+\cos\dfrac{2\pi y}{R}\right)\Big/4 & \text{при } |x|\leqslant R/2 \text{ и } |y|\leqslant R/2,\\ 0 & \text{при } |x|\geqslant R/2 \text{ или } |y|\geqslant R/2,\end{cases}$$

$$s_A(\alpha,\beta)= \begin{cases} \left(1+\cos\dfrac{2\pi\alpha}{R}\right)\left(1+\cos\dfrac{2\pi\beta}{A}\right)\Big/4 & \text{при } |\alpha|\leqslant A/2 \text{ и } |\beta|\leqslant A/2, \\ 0 & \text{при } |\alpha|\geqslant A/2 \text{ или } |\beta|\geqslant A/2. \end{cases} \tag{20}$$

Тогда пространственная и спектральная фильтрации могут быть выражены с помощью операторов L_R и S_A.

$$L_R H^{(\delta)}(x,\ y)=l_R(x,\ y)\,H^{(\delta)}(x,\ y), \tag{21}$$

$$S_A H^{(\delta)}(x,y)=\frac{1}{4\pi^2}\iint\limits_{-\infty}^{\infty} s_A(\alpha,\beta)\,h^{(\delta)}(\alpha,\beta)\,e^{-i(\alpha x+\beta y)}\,d\alpha\,d\beta. \tag{22}$$

По аналогии с временны́м анализом введем оператор Q_{AR}, осуществляющий одновременно частотную и пространственную фильтрации,

$$\tilde{H}^{(\delta)}_{AR}(x,y)=Q_{AR}H^{(\delta)}(x,y)=S_A L_R H^{(\delta)}(x,y). \tag{23}$$

Оптимальные значения A, R последовательно выбираются из условий

$$\xi(R_0)=\|L_{R_0}H^{(\delta)}(x,\ y)-H^{(\delta)}(x,\ y)\|=q\delta, \tag{24}$$

$$\eta(A_0,\ R_0)=\|S_{A_0}L_{R_0}H^{(\delta)}(x,\ y)-L_{R_0}H^{(\delta)}(x,\ y)\|=(1-q)\,\delta, \tag{25}$$

где

$$\|f(x,y)\|=\left(\iint\limits_{-\infty}^{\infty}|f(x,y)|^2\,dx\,dy\right)^{1/2},$$

$$\delta=\|\delta H(x,y)\|=\left(\iint\limits_{-\infty}^{\infty}|\delta H(x,y)|^2\,dx\,dy\right)^{1/2},$$

q — коэффициент, имеющий тот же смысл, что и в (10), (11). Аналогично тому, как это было сделано при временно́м анализе поля, можно показать, что параметры R_0 и A_0, удовлетворяющие условиям (24) и (25), существуют и единственны.

Фильтрующий оператор Q_{AR} можно записать в дискретном виде

$$\begin{aligned}\tilde{H}^{(\delta)}_{A_0R_0}(i\Delta x,j\Delta y)=\frac{\pi^2}{16}\sum_{n=-[R_0/2\Delta x]-i}^{n=[R_0/2\Delta x]-i}\ \sum_{k=-[R_0/2\Delta y]-j}^{k=[R_0/2\Delta y]-j}\left(1+\cos\frac{2\pi\Delta x(i+n)}{R_0}\right)\times\\ \times\left(1+\cos\frac{2\pi\Delta y(j+k)}{R_0}\right)\frac{\sin(A_0n\Delta x/2)}{n}\frac{\sin(A_0k\Delta y/2)}{k}\times\\ \times\frac{1}{[\pi^2-(A_0n\Delta x/2)^2]}\,\frac{1}{[\pi^2-(A_0k\Delta y/2)^2]}H^{(\delta)}[(n+i)\Delta x,(k+j)\Delta y].\end{aligned} \tag{26}$$

Отметим, что дискретное представление оператора (26) является точным эквивалентом интегральных формул (21) — (23). Аналогично

$$\xi(R)=\sum_{n=-[x_0/2\Delta x]}^{n=[x_0/2\Delta x]}\ \sum_{k=-[y_0/2\Delta y]}^{k=[y_0/2\Delta y]}|1-l_R(n\Delta x,k\Delta y)|^2|H^{(\delta)}(n\Delta x,k\Delta y)|^2+\varepsilon, \tag{27}$$

где ε — энергия поля вне интервала наблюдений. Этот параметр аналогичен ε в (15). Функция $\eta(A, R_0)$ в дискретном виде записывается

$$\eta(A, R_0)=\sum_{n=-[R_0/2\Delta x]}^{n=[R_0/2\Delta x]}\sum_{k=-[R_0/2\Delta y]}^{k=[R_0/2\Delta y]}|\tilde{H}^{(\delta)}_{AR_0}(n\Delta x, k\Delta y)-$$
$$-\xi_{R_0}(n\Delta x, k\Delta y)H^{(\delta)}(n\Delta x, k\Delta y)|^2, \tag{28}$$

где $\tilde{H}^{(\delta)}_{AR_0}$ определяется из (26). Параметр R_0 находится путем минимизации выражения

$$|\xi_R-q\delta|^2=\min, \tag{29a}$$

а A_0 — из условия

$$|\eta-(1-q)\delta|^2=\min. \tag{29б}$$

Подставляя A_0 и R_0 в (26), осуществляем фильтрацию дискретных и ограниченных массивов исходных данных.

Пространственный анализ геомагнитных полей на сфере (региональные исследования). При пространственном анализе геомагнитных полей $H^{(\delta)}(\theta, \varphi)$, заданных на поверхности сферы радиуса a с погрешностью $\delta H(\theta, \varphi)$, используется разложение по сферическим функциям [8]

$$H^{(\delta)}(\theta, \varphi)=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}h_n^m e^{-im\varphi}P_n^m(\cos\theta), \tag{30}$$

где

$$h_n^m=\frac{2n+1}{4\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}H^{(\delta)}(\theta, \varphi)e^{im\varphi}P_n^m(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta\, d\varphi. \tag{31}$$

Здесь $P_n^m(\cos\theta)$ — присоединенные полиномы Лежандра в нормировке Шмидта. Соотношения (30), (31) требуют знания поля на всей поверхности сферы. При региональных исследованиях мы обычно располагаем сведениями о поле в конечном числе точек на ограниченном участке сферической поверхности. Для подавления ошибок, обусловленных ограниченностью и дискретностью исходных данных, необходимо отфильтровать поле. Выберем корреляционное и спектральное окна фильтров в виде:

$$l_R(\theta, \varphi)=\begin{cases}\left(1+\cos\dfrac{\pi\varkappa}{\rho/a}\right)\Big/2 & \text{при} \quad \varkappa\leqslant\rho/a,\\ 0 & \text{при} \quad \varkappa\geqslant\rho/a,\end{cases} \tag{32}$$

$$s_n(N)=\begin{cases}\left(1+\cos\dfrac{\pi n}{N}\right)\Big/2 & \text{при} \quad n\leqslant N,\\ 0 & \text{при} \quad n\geqslant N,\end{cases} \tag{33}$$

где $\varkappa=[(\varphi-\varphi_0)^2\sin^2\theta+(\theta-\theta_0)^2]^{1/2}$; φ_0, θ_0 — координаты центра района исследований. При этом операторы, осуществляющие пространственную и частотную фильтрацию, имеют вид:

$$L_\rho H^{(\delta)}(\theta, \varphi)=l_\rho(\theta, \varphi)H^{(\delta)}(\theta, \varphi), \tag{34}$$

$$S_N H^{(\delta)}(\theta, \varphi)=\sum_{n=0}^{N}\sum_{m=-n}s_n(N)h_n^m e^{-im\varphi}P_n^m(\cos\theta). \tag{35}$$

Произведение этих операторов записывается

$$\tilde{H}^{(\delta)}_{N\rho}(\theta, \varphi) = Q_{N\rho} H^{(\delta)}(\theta, \varphi) = S_N L_\rho H^{(\delta)}(\theta, \varphi). \tag{36}$$

Оптимальные значения параметров N и ρ последовательно определяются из условий, получающихся из (24), (25) заменой индексов R на ρ и A на N; нормы определяются по формулам:

$$\|F(\theta, \varphi)\| = \left[\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} f(\theta, \varphi)\overline{f(\theta, \varphi)}\, a^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\right]^{1/2}, \tag{37}$$

$$\delta = \|\delta H(\theta, \varphi)\| = \left[\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} \delta H(\theta, \varphi)\overline{\delta H(\theta, \varphi)}\, a^2 \sin\theta\, d\theta\, d\varphi\right]^{1/2}, \tag{38}$$

$\overline{f(\theta, \varphi)}$, $\overline{\delta H(\theta, \varphi)}$ — комплексно-сопряженные функции. Можно убедиться, что параметры ρ_0 и N_0, удовлетворяющие указанным условиям оптимальности, всегда существуют и единственны. В явном виде оператор $Q_{N\rho}$ записывается

$$\tilde{H}^{(\delta)}_{N_0\rho_0}(\theta, \varphi) = \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{N}\sum_{m=-n}^{n}\left(1 + \cos\frac{\pi n}{N}\right) g_n{}^m, \tag{39}$$

где $g_n{}^m$ — сферические гармоники, определяемые в общем случае по формуле

$$g_n{}^m = \frac{2n+1}{8\pi}\iint\limits_{\Sigma\rho}\left(1 + \cos\frac{\pi\varkappa}{\rho/a}\right) H^{(\delta)}(\theta, \varphi)\, e^{im\varphi} P_n{}^m(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta\, d\varphi, \tag{40}$$

а $\Sigma\rho$ — участок сферической поверхности Земли, определяемый условием $\varkappa \leqslant \rho/a$.

Предложенная методика пространственно-временно́й фильтрации может быть использована при решении широкого круга геофизических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. К. Иванов. Докл. АН СССР, 1962, **145**, 270.
2. А. Н. Тихонов. Докл. АН СССР, 1964, **156**, 268.
3. М. М. Лаврентьев. О некоторых некорректных задачах математической физики. Изд-во СО АН СССР, Новосибирск, 1962.
4. В. Н. Страхов. Изв. АН СССР. Физика Земли, 1969, № 8, 30; № 9, 51.
5. М. С. Жданов. Тр. МИНХ и ГП им. Губкина, вып. 99, 1975, 88.
6. Н. С. Бахвалов. Численные методы, т. 1. «Наука», 1973.
7. Г. Дженкинс, Д. Ваттс. Спектральный анализ и его приложения, т. I, II, «Мир», 1972.
8. S. Chapman, J. Bartels. Geomagnetism. Oxford, 1940.

Московский институт нефтехимической
и газовой промышленности им. И. М. Губкина

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн АН СССР

Статья поступила
28 апреля 1975 г.

Last page Attach