

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ГЕОМАГНЕТИЗМ

И

АЭРОНОМИЯ

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

6

МОСКВА · 1981

УДК 550.383

РАЗДЕЛЕНИЕ ВАРИАЦИЙ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ
НА НОРМАЛЬНУЮ И АНОМАЛЬНУЮ ЧАСТИ
НА ОГРАНИЧЕННОЙ ТЕРРИТОРИИ

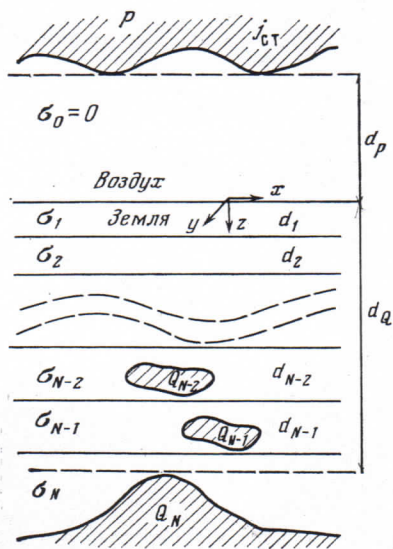
Жданов М. С., Плотников С. В.

Рассмотрен метод разделения поля на нормальную и аномальную части с помощью интегралов типа свертки. Исследована форма ядер интегральных преобразований. Для ряда типичных моделей нормального геоэлектрического разреза показано, что ядра интегральных преобразований имеют вид пространственных окон, ширина которых (в зависимости от периода вариаций) колеблется от нескольких десятков до сотен километров. Таким образом, показана возможность разделения на нормальную и аномальную части полей, заданных на ограниченной территории.

Одной из основных задач, возникающих при интерпретации результатов магнитовариационного профилирования (МВП), является разделение наблюдаемого геомагнитного поля на нормальную и аномальную части. В настоящее время для решения этой задачи обычно применяются упрощенные методы, использующие различие в пространственной структуре нор-

мального и аномального полей (предполагается, что быстрые изменения аномального поля наложены на медленные изменения нормального поля). На этом пути применяются сглаживание, экстраполяция, фильтрация и разложение по естественным составляющим [1-3]. Такой подход, по-видимому, эффективен при выделении локальных аномалий, однако он может оказаться слишком грубым, если в аномальном поле присутствует сильная региональная компонента.

В работах [4, 5] предложен строгий метод решения этой задачи, представляющий собой развитие метода Гаусса разделения поля на внешнюю и внутреннюю части. В рамках этого метода задача разделения поля на нормальную и аномальную части формулируется следующим образом. Рассматривается модель, в которой горизонтально-слоистая Земля, содержащая произвольные области Q с аномальной электро-



Фиг. 1

проводностью, при $z=0$ контактирует с однородной непроводящей атмосферой. Поле в модели возбуждается сторонними токами, распределенными с плотностью $j_{ст}$ в области P атмосферы. Зависимость поля от времени выражается множителем $\exp(-i\omega t)$, токи смещения игнорируют-

ся. Предполагается, что известно магнитное поле \mathbf{H} на поверхности Земли и параметры σ_j (электропроводность слоя) и d_j (мощность слоя) ($j=1, 2, 3 \dots N$) нормального (горизонтально-слоистого) геоэлектрического разреза. По этим данным требуется определить нормальное поле \mathbf{H}^n (т. е. поле, возбуждаемое сторонними токами в нормальном разрезе) и аномальное поле \mathbf{H}^a , возникающее за счет областей Q с аномальной электропроводностью. Решение этой задачи в двумерной ситуации для E -поляризованного поля имеет следующий вид (система координат указана на фиг. 1, ось однородности среды совпадает с осью y):

$$\mathbf{h}^a = \hat{b}^a \mathbf{h}, \quad (1)$$

где

$$\hat{b}^a = \begin{bmatrix} R^* |\alpha| & -i \operatorname{sign} \alpha \cdot n_1 \\ k^* |\alpha| + n_1 & k^* |\alpha| + n_1 \\ i k^* \cdot \alpha & n_1 \\ R^* |\alpha| + n_1 & R^* |\alpha| + n_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}^a = \begin{bmatrix} h_x^a \\ h_z^a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_z \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$\mathbf{h}^n = \hat{b}^n \mathbf{h}, \quad (3)$$

где

$$\hat{b}^n = \begin{bmatrix} n_1 & i \operatorname{sign} \alpha \cdot n_1 \\ R^* |\alpha| + n_1 & R^* |\alpha| + n_1 \\ -i R^* \alpha & R^* |\alpha| \\ R^* |\alpha| + n_1 & R^* |\alpha| + n_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}^n = \begin{bmatrix} h_x^n \\ h_z^n \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Здесь \mathbf{h} , \mathbf{h}^a и \mathbf{h}^n — спектральные плотности полного, аномального и нормального полей, связанные с самими полями интегралами Фурье:

$\mathbf{h} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{H} e^{i\alpha x} dx$; α — пространственная частота по оси x ; $n_j = \sqrt{\alpha^2 + k_j^2}$, $j=1, 2, 3 \dots N$; $k_j = (2\pi/\lambda_j)(1-i)$ — волновое число j -го слоя; λ_j — длина волны в j -м слое;

$$R^* = \operatorname{cth} \left\{ n_1 d_1 + \operatorname{arcth} \left[\frac{n_1}{n_2} \operatorname{cth} \left(n_2 d_2 + \dots + \operatorname{arcth} \frac{n_{N-1}}{n_N} \right) \right] \right\}.$$

Из выражений (1) и (3) видно, что разделение электромагнитных полей можно рассматривать как задачу фильтрации, причем матрицы \hat{b}^a и \hat{b}^n играют роль частотных фильтров, действующих на спектры магнитного поля.

Наряду с формулами (1) и (3) операция разделения полей может быть записана и в виде интегралов типа сверток:

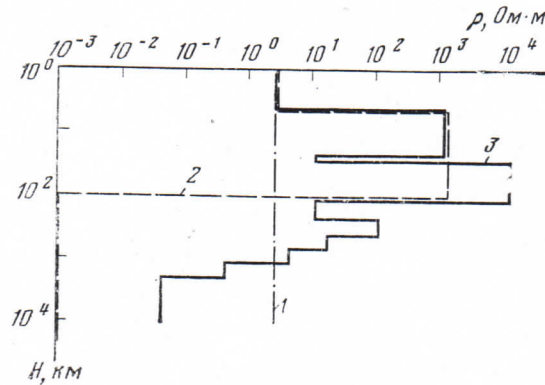
$$\mathbf{H}^a(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^a(x-x') \mathbf{H}(x') dx', \quad (5)$$

$$\mathbf{H}^n(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}^n(x-x') \mathbf{H}(x') dx',$$

где \hat{G}^a и \hat{G}^n — матрицы ядер соответствующих интегральных преобразований, связанные с матрицами частотных характеристик соотношениями

$$\hat{G}^{a,n}(x) = \begin{bmatrix} G_{xx}^{a,n} & G_{xz}^{a,n} \\ G_{zx}^{a,n} & G_{zz}^{a,n} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{b}^{a,n} \cdot e^{-i\alpha x} d\alpha. \quad (6)$$

Ядра $\hat{G}^a(x)$ и $\hat{G}^n(x)$ имеют смысл пространственных окон, через которые пропускаются наблюдаемые поля. Размеры этих окон, как следует из формул (2) и (4), зависят от параметров нормального разреза и частоты поля. Для разработки эффективных методов разделения полей на нормальные



Фиг. 2

и аномальные части необходимо исследование формы (прежде всего ширины) этих окон для типичных геоэлектрических разрезов.

В самом деле, одна из основных трудностей, возникающих при практическом решении задачи разделения поля, связана с ограниченностью интервала его задания, поскольку для формальной реализации интегральных преобразований (5) необходимо иметь информацию на бесконечно протяженном профиле. Однако на практике мы, как правило, можем вести наблюдения только на ограниченном отрезке. Отсутствие информации за пределами области задания поля может привести к существенным ошибкам при разделении поля. Величина этих ошибок будет определяться главным образом скоростью убывания ядер интегральных преобразований (5), т. е. шириной пространственных окон.

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Прежде всего отметим, что на практике, как следует из результатов работы [6], необходимо подвергать разделению не сами поля, а их сглаженные значения. В противном случае высокочастотные ошибки в исходных данных могут привести к получению неустойчивых результатов. Простейший способ сглаживания заключается в пропускании спектров наблюдаемого магнитного поля через частотные окна Тьюки:

$$s_v(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi\alpha}{v} \right) & \text{при } |\alpha| < v, \\ 0 & \text{при } |\alpha| \geq v. \end{cases}$$

Тогда формулы (1) и (3) приобретают вид

$$h_v^a = \hat{b}^a s_v h, \quad h_v^n = \hat{b}^n s_v h,$$

а выражения (5), (6) запишутся

$$s_v \mathbf{H}^{a,n}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}_v^{a,n}(x-x') \mathbf{H}(x') dx', \quad (7)$$

где

$$\hat{G}_v^{a,n}(x) = \begin{bmatrix} G_{vxx}^{a,n} & G_{vzx}^{a,n} \\ G_{vzx}^{a,n} & G_{vzz}^{a,n} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi} \int_{-v}^{+v} \hat{b}^{a,n} s_v e^{-i\alpha x} d\alpha,$$

s_v — оператор спектральной фильтрации.

Таким образом, практическое значение имеет анализ формы пространственных окон, описываемых выражением (7).

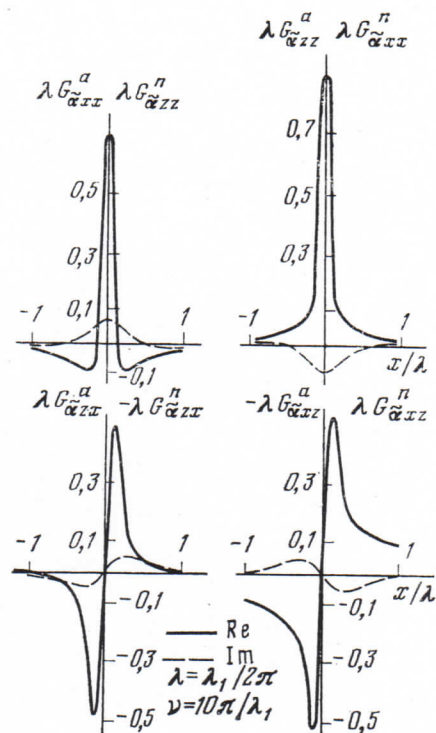
При этом величина параметра ν находится на основе принципа оптимальности Тихонова — Иванова [7, 8]:

$$\left\| \frac{1}{2\pi} \int_{-\nu}^{+\nu} s_\nu h e^{-i\alpha x} d\alpha - \mathbf{H} \right\|_{L_2} = \delta,$$

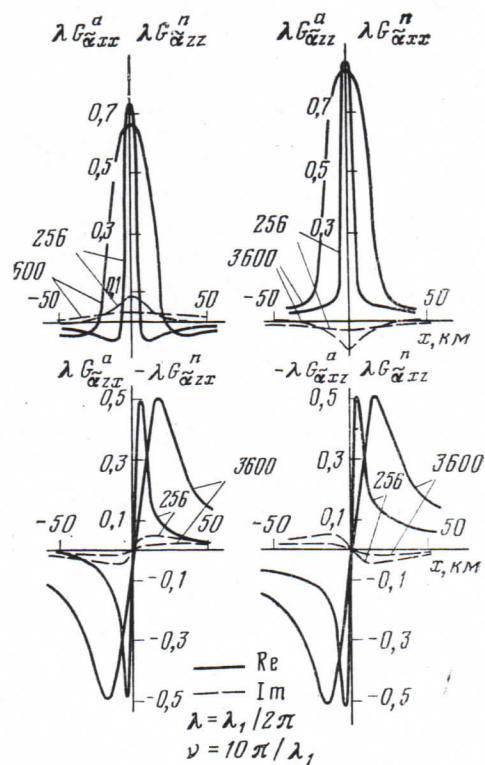
где $\| \dots \|_{L_2}$ — среднеквадратичная форма; δ — среднеквадратичная ошибка в задании исходных данных.

Исследование формы пространственных окон G_ν^a и G_ν^n проводилось для следующих трех типичных нормальных геоэлектрических разрезов, параметры которых представлены на фиг. 2. На первом нормальном разрезе Земля однородна и характеризуется постоянной проводимостью (кривая 1, фиг. 2). Второй нормальный разрез состоит из трех слоев, описывающих соответственно проводящий осадочный чехол, непроводящую консолидированную часть земной коры и хорошо проводящую мантию (кривая 2, фиг. 2). Третий разрез (кривая 3, фиг. 2) максимально приближен к типичным геоэлектрическим разрезам, характерным для юга европейской части СССР (район Прикаспийской низменности). Разрез содержит хорошо проводящий слой осадочного чехла, а также проводящие слои в земной коре на глубине 20÷25 км и в верхней мантии. Начиная с глубины 200 км параметры слоев отвечают среднему геоэлектрическому разрезу Земли, полученному по данным глобального магнитовариационного зондирования [2].

На фиг. 3, 4 и 5 изображены элементы матриц G_ν^a и G_ν^n , рассчитанные для указанных нормальных геоэлектрических раз-



Фиг. 3



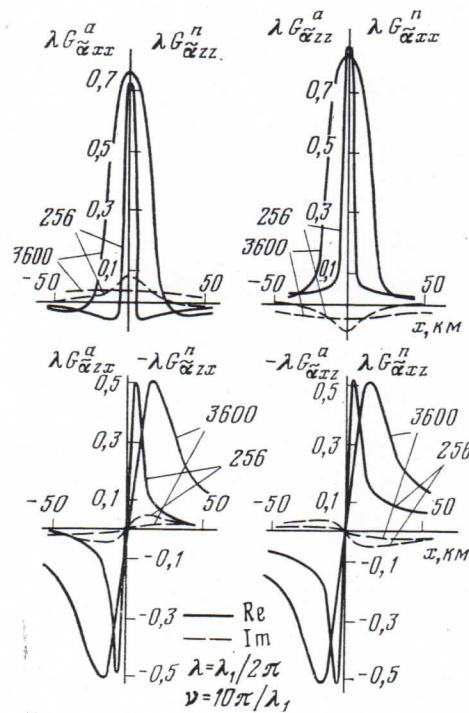
Фиг. 4

резов 1, 2 и 3 соответственно. Цифрами около соответствующих кривых указаны периоды (в с) вариаций магнитотеллурического поля, для которых вычислялись эти функции. Как видно из этих фигур, элементы матриц \hat{G}_v^a и \hat{G}_v^n имеют форму «пространственных окон». Назовем шириной этих окон (l) область, за пределами которой модули элементов этих матриц более чем в 10 раз меньше своих максимальных значений. Как видим, ширина пространственных окон определяется параметрами нормального геоэлектрического разреза и периодами вариаций поля. Например, для периода $T=256$ с ширина пространственных окон для разрезов 2 и 3 равна 60 км.

Очевидно, если мы хотим вычислить поле с помощью сверток (7) на некотором интервале оси $x: (x_1, x_2)$, нам достаточно знать поле по крайней мере на интервале, превышающем исходный на половину ширины окна вправо и влево: $(x_1-l/2; x_2+l/2)$. Влияние «хвостов» интегралов (по области вне указанного интервала), как показывают строгие оценки (которые в целях краткости изложения мы опускаем), будет достаточно мало.

Ширина пространственных окон, как видно из фиг. 4 и 5, может варьировать (в зависимости от периода) от 60 до 150 км. Этим и определяется необходимая область наблюдения поля для его корректного разделения на нормальную и аномальную части.

Таким образом, практическому осуществлению задачи разделения поля на нормальную и аномальную части должен предшествовать анализ ширины пространственных окон \hat{G}_v^a и \hat{G}_v^n . Если l больше или равно интервалу наблюдения поля, то для разделения полей необходимо их доопределение (экстраполяция) за пределы области наблюдений. Такая операция, в частности, может быть осуществлена путем привлечения



Фиг. 5

обсерваторских данных. В случае, когда l меньше интервала задания суммарного поля, процедура разделения реализуется непосредственно с помощью выражения (7).

Выполненные исследования позволяют сделать вывод, что хотя формально методы разделения электромагнитных полей на нормальную и аномальную части, изложенные в работах [4, 5], требуют знания напряженности магнитного поля на всем бесконечно протяженном интервале (оси x на поверхности Земли), практически в силу высокой скорости убывания ядер эта процедура может быть реализована по значениям поля, заданным на ограниченном интервале. Тем самым открывается возможность для практического применения методов разделения электромагнитных полей при интерпретации данных магнитовариационного профилирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Schmucker U.* Anomalies of geomagnetic variations in the Southwestern United States. Berkely — Los Angeles — London: University of California Press, 1970.
2. *Рокитянский П. И.* Исследование аномалий электропроводности методом магнито-вариационного профилирования. Киев: Наукова думка, 1975.
3. *Файнберг Э. Б.* Геомагнетизм и аэрономия, 1975, 15, 144.
4. *Бердичевский М. Н., Жданов М. С.* Геомагнетизм и аэрономия, 1973, 13, 339.
5. *Жданов М. С., Бердичевский М. Н.* Геомагнетизм и аэрономия, 1973, 13, 1110.
6. *Жданов М. С.* В кн.: Обработка геофизической информации на ЭВМ: Труды МИНХ и ГП, 1977, вып. 135, 67.
7. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.
8. *Иванов В. К.* Ж. вычислит. матем. и матем. физики, 1966, 6, 1089.

Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию
4.VII.1980