

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

**ГЕОМАГНЕТИЗМ
И
АЭРОНОМИЯ**

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

4

МОСКВА · 1983

УДК 550.382

ОБ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ ПО МЕТОДУ МОМЕНТОВ

Бердичевский М. Н., Жданов М. С.

Предложен новый метод интерпретации электромагнитных аномалий, основанный на непосредственном определении первых моментов мультипольного разложения с помощью интегралов типа Стрэттона-Чу. Метод применим к моделям с замкнутой земной поверхностью.

Введение. Интегральные формулы Стрэттона-Чу позволяют построить довольно простой алгоритм интерпретации электромагнитных аномалий, в основе которого лежат идеи метода моментов [1]. Этот алгоритм может быть применен при любом рельефе земной поверхности и любой форме глубинной неоднородности. Используется модель, которая учитывает экранирующее действие осадочного чехла и влияние вмещающей среды. Таким образом, имеем метод, свободный от ограничений, указанных в [2].

Постановка задачи. Рассмотрим модель, изображенную на фиг. 1. Произвольная замкнутая поверхность Γ отделяет Землю от атмосферы. Земля состоит из неоднородной пленки Прайса — Шейнманна с интегральной проводимостью $S(r_\Gamma)$, которая имитирует осадочный чехол, и однородного ядра электропроводности $\sigma = \text{const}$. Внутри ядра имеется глубинная неоднородность D с избыточной электропроводностью $\Delta\sigma$, меняющейся по произвольному закону. Атмосфера, электропроводность которой $\sigma_0 = \text{const}$, содержит область Q , в которой распределен сторонний ток плотности I^a , возбуждающий модель. Магнитная проницаемость всех сред принята равной $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

В Земле электромагнитное поле удовлетворяет уравнениям

$$\text{rot } \mathbf{H} = (\sigma + \Delta\sigma) \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E} + \mathbf{I}^a, \quad \text{rot } \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad (1)$$

где $\mathbf{I}^a = \Delta\sigma \mathbf{E}$ — плотность избыточного тока, распределенного в D .

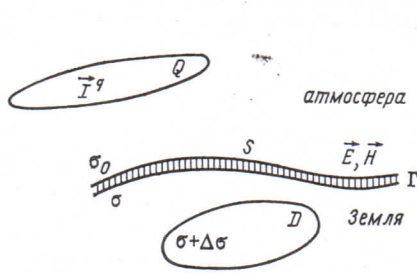
Задача формулируется следующим образом: по полю \mathbf{E} , \mathbf{H} , заданному на земной поверхности Γ , надо найти мультипольные моменты глубинной неоднородности D . Нормальная электропроводность σ Земли и интегральная проводимость $S(r_\Gamma)$ пленки Прайса — Шейнманна предполагаются известными.

Выделение главной части глубинной аномалии и ее спектральное разложение. Для упрощения задачи воспользуемся методом, изложенным в [3], и определим на Γ главную часть глубинной аномалии, т. е. поле \mathbf{E}^D , \mathbf{H}^D , возбуждаемое избыточным током плотности \mathbf{I}^a в безграничной однородной среде электропроводности σ . Выделение главной части глубинной аномалии сводится к интегральному преобразованию поля \mathbf{E} , \mathbf{H} при известных σ и $S(r_\Gamma)$.

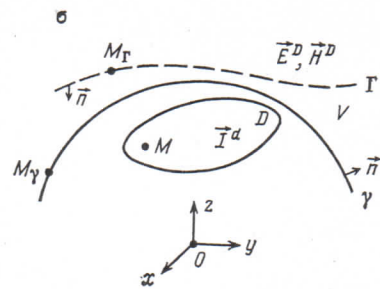
Определив \mathbf{E}^D , \mathbf{H}^D , мы можем перейти к модели, изображенной на фиг. 2. Здесь электромагнитное поле \mathbf{E}^D , \mathbf{H}^D , заданное на замкнутой поверхности Γ , возбуждается избыточным током плотности \mathbf{I}^a , распределенным в локальной области D . Эта простая модель открывает путь к нахождению мультипольных моментов неоднородности D .

Введем сферическую систему координат с началом O , которое выбрано так, что $r_\Gamma > r$, где r_Γ , r — радиальные координаты точек M_Γ , M , принадлежащих Γ и D .

Электрическое поле \mathbf{E}^D и магнитное поле \mathbf{H}^D , согласно (1), могут быть



Фиг. 1



Фиг. 2

выражены на Γ через векторный потенциал A^D :

$$E^D = i\omega\mu_0 A^D + (1/\sigma) \text{grad div } A^D, \quad H^D = \text{rot } A^D, \quad (2)$$

где

$$A^D = \int_D I^d G dV. \quad (3)$$

Фундаментальная функция Грина

$$G = G(\mathbf{r}_\Gamma | \mathbf{r}) = \frac{e^{ik|\mathbf{r}_\Gamma - \mathbf{r}|}}{4\pi|\mathbf{r}_\Gamma - \mathbf{r}|} \quad (4)$$

вычисляется по волновому числу $k = (i\omega\mu_0\sigma)^{1/2}$.

Согласно (2) – (4),

$$\begin{aligned} E^D &= i\omega\mu_0 \int_D I^d G dV + \frac{1}{\sigma} \text{grad div} \int_D I^d G dV = \\ &= \frac{1}{\sigma} \int_D [k^2 I^d G + \text{grad}^{M_\Gamma} (I^d \text{grad}^{M_\Gamma} G)] dV = \\ &= \frac{1}{\sigma} \int_D [k^2 I^d G + (I^d \text{grad}^{M_\Gamma}) \text{grad}^{M_\Gamma} G] dV = \\ &= \frac{1}{\sigma} \int_D [k^2 I^d G + (I^d \text{grad}^M) \text{grad}^M G] dV. \end{aligned} \quad (5)$$

Аналогично

$$H^D = \text{rot} \int_D I^d G dV = \int_D [\text{grad}^{M_\Gamma} G \times I^d] dV = \int_D [I^d \times \text{grad}^M G] dV. \quad (6)$$

Так как $r_\Gamma > r$, то функция Грина может быть представлена в виде [4]

$$G = \frac{ik}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}_\Gamma) g_m^n(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где сферические гармоники f, g определяются через сферические функции Бесселя и присоединенные полиномы Лежандра:

$$f_m^n(\mathbf{r}_\Gamma) = h_m^{(1)}(kr_\Gamma) e^{-in\varphi_\Gamma} P_m^{|n|}(\cos\theta_\Gamma), \quad g_m^n(\mathbf{r}) = j_m(kr) e^{in\varphi} P_m^{|n|}(\cos\theta) \quad (8)$$

Выражение (7) позволяет разложить главную часть глубинной аномалии в ряд по сферическим гармоникам. Подставляя (7) в (5) и (6), получаем

$$\begin{aligned} E^D &= \frac{ik}{4\pi\sigma} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}_\Gamma) \mathbf{a}_m^n, \\ H^D &= \frac{ik}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}_\Gamma) \mathbf{b}_m^n, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\mathbf{a}_m^n = \int_D [k^2 \mathbf{I}^d g_m^n + (\mathbf{I}^d \text{grad}) \text{grad} g_m^n] dV, \quad (10)$$

$$\mathbf{b}_m^n = \int_D [\mathbf{I}^d \text{grad} g_m^n] dV.$$

Векторные коэффициенты \mathbf{a}_m^n и \mathbf{b}_m^n этого разложения отражают распределение избыточного тока в области D . Наиболее простые соотношения получаются для низкочастотного поля. Предположим, что $|kr| \ll 1$ (длина электромагнитной волны намного больше размеров неоднородности D). Тогда, ограничившись первыми членами разложения функции $j_m(kr)$ в степенной ряд, можем записать

$$j_m(kr) \approx \frac{(kr)^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m+1)}$$

$$\frac{dj_m(kr)}{dr} \approx \frac{(kr)^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m+1)} \left[\frac{m}{r} - \frac{k^2 r}{2m+3} \left(1 + \frac{m}{2} \right) \right], \quad (11)$$

откуда

$$g_m^n(\mathbf{r}) \approx \frac{(kr)^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m+1)} e^{in\varphi} P_m^{|n|}(\cos \theta),$$

$$\text{grad} g_m^n(\mathbf{r}) \approx \frac{(kr)^m}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m+1)} e^{in\varphi} \left\{ \left[\frac{m}{r} - \frac{k^2 r}{2m+3} \left(1 + \frac{m}{2} \right) \right] P_m^{|n|}(\cos \theta) \mathbf{1}_r + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{r} \frac{dP_m^{|n|}(\cos \theta)}{d\theta} \mathbf{1}_\theta + \frac{in}{r \sin \theta} P_m^{|n|}(\cos \theta) \mathbf{1}_\varphi \right\}, \quad (12)$$

где $\{\mathbf{1}_r, \mathbf{1}_\theta, \mathbf{1}_\varphi\}$ — подвижный базис в системе сферических координат.

Подставим (12) в (10) и покажем, что коэффициенты \mathbf{a}_m^n и \mathbf{b}_m^n непосредственно связаны с моментами электрических и магнитных мультиполей, эквивалентных неоднородности D .

Начнем с нулевой гармоники ($m=0$). Согласно (12),

$$g_0^0(\mathbf{r}) = g_0^0(\mathbf{r}) \approx 1, \quad \text{grad} g_0^0(\mathbf{r}) = \text{grad} g_0^0(\mathbf{r}) \approx -1/3 k^2 \mathbf{r},$$

откуда

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_0^0 \approx k^2 \int_D \left[\mathbf{I}^d - \frac{1}{3} (\mathbf{I}^d \text{grad}) \mathbf{r} \right] dV = \frac{2}{3} k^2 \int_D \mathbf{I}^d dV = \frac{2}{3} k^2 \mathbf{P}^{(1)}, \quad (13)$$

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{b}_0^0 \approx \frac{1}{3} k^2 \int_D [\mathbf{r} \times \mathbf{I}^d] dV = \frac{2}{3} k^2 \mathbf{M}^{(1)},$$

где

$$\mathbf{P}^{(1)} = \int_D \mathbf{I}^d dV \quad (14)$$

— электрический дипольный момент,

$$\mathbf{M}^{(1)} = \frac{1}{2} \int_D [\mathbf{r} \times \mathbf{I}^d] dV \quad (15)$$

— магнитный дипольный момент [5].

Для гармоники первой степени ($m=1$) находим:

$$g_1^0(\mathbf{r}) \approx (1/3) kr \cos \theta = (1/3) kz,$$

$$g_1^+(\mathbf{r}) = \frac{g_1^+(\mathbf{r}) + g_1^{-1}(\mathbf{r})}{2} \approx \frac{1}{3} kr \sin \theta \cos \varphi = \frac{1}{3} kx, \quad (16)$$

$$g_1^-(\mathbf{r}) = \frac{g_1^+(\mathbf{r}) - g_1^{-1}(\mathbf{r})}{2i} \approx \frac{1}{3} kr \sin \theta \sin \varphi = \frac{1}{3} ky,$$

$$\begin{aligned} \text{grad } g_1^0(\mathbf{r}) &\approx \frac{1}{3} k (\cos \theta \mathbf{1}_r - \sin \theta \mathbf{1}_\theta) = \frac{1}{3} k \mathbf{1}_z, \\ \text{grad } g_1^+(\mathbf{r}) &= \text{grad} \frac{g_1^+(\mathbf{r}) + g_1^{-1}(\mathbf{r})}{2} \approx \frac{1}{3} k [\sin \theta \cos \varphi \mathbf{1}_r + \\ &+ \cos \theta \cos \varphi \mathbf{1}_\theta - \sin \varphi \mathbf{1}_\varphi] = \frac{1}{3} k \mathbf{1}_x, \\ \text{grad } g_1^-(\mathbf{r}) &= \text{grad} \frac{g_1^+(\mathbf{r}) - g_1^{-1}(\mathbf{r})}{2i} \approx \frac{1}{3} k [\sin \theta \sin \varphi \mathbf{1}_r + \\ &+ \cos \theta \sin \varphi \mathbf{1}_\theta + \cos \varphi \mathbf{1}_\varphi] = \frac{1}{3} k \mathbf{1}_y, \end{aligned} \quad (17)$$

где x, y, z — прямоугольные координаты с началом в точке 0 и осью z , направленной вверх, а $\{\mathbf{1}_x, \mathbf{1}_y, \mathbf{1}_z\}$ — декартов базис.

Таким образом, согласно (10),

$$\mathbf{a}_1^0 \approx \frac{1}{3} k^3 \int_D \mathbf{I}^d z dV, \quad (18)$$

$$\mathbf{a}_1^+ = \frac{\mathbf{a}_1^+ + \mathbf{a}_1^{-1}}{2} \approx \frac{1}{3} k^3 \int_D \mathbf{I}^d x dV \quad \mathbf{a}_1^- = \frac{\mathbf{a}_1^+ - \mathbf{a}_1^{-1}}{2i} \approx \frac{1}{3} k^3 \int_D \mathbf{I}^d y dV.$$

С помощью диадных произведений мы можем построить тензор

$$\mathbf{a}_1^+ \mathbf{1}_x + \mathbf{1}_x \mathbf{a}_1^+ + \mathbf{a}_1^- \mathbf{1}_y + \mathbf{1}_y \mathbf{a}_1^- + \mathbf{a}_1^0 \mathbf{1}_z + \mathbf{1}_z \mathbf{a}_1^0 = \frac{1}{3} k^3 \int_D (\mathbf{I} \mathbf{r} + \mathbf{r} \mathbf{I}) dV = \frac{1}{3} k^3 \hat{P}^{(2)}, \quad (19)$$

где

$$\hat{P}^{(2)} = \int_D (\mathbf{I} \mathbf{r} + \mathbf{r} \mathbf{I}) dV \quad (20)$$

— электрический квадрупольный момент [5]. Тензор $\hat{P}^{(2)}$ имеет симметричную матрицу с элементами

$$P_{ij} = \int_D (r_i I_j^d + r_j I_i^d) dV, \quad i, j = x, y, z, \quad \text{где } r_x = x, r_y = y, r_z = z. \quad (21)$$

Согласно (13), (19) находим

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{(1)} &= (3/2k^2) \mathbf{a}_0, \quad \mathbf{M}^{(1)} = (3/2k^2) \mathbf{b}_0, \\ \hat{P}^{(2)} &= (3/k^3) [\mathbf{a}_1^+ \mathbf{1}_x + \mathbf{1}_x \mathbf{a}_1^+ + \mathbf{a}_1^- \mathbf{1}_y + \mathbf{1}_y \mathbf{a}_1^- + \mathbf{a}_1^0 \mathbf{1}_z + \mathbf{1}_z \mathbf{a}_1^0]. \end{aligned} \quad (22)$$

Как видим, нахождение моментов $\mathbf{P}^{(1)}$, $\mathbf{M}^{(1)}$ и $\hat{P}^{(2)}$ сводится к определению коэффициентов \mathbf{a}_0 , \mathbf{b}_0 , \mathbf{a}_1^0 , \mathbf{a}_1^+ , \mathbf{a}_1^- разложения (9).

Аналогично можно найти мультипольные моменты более высоких порядков, однако трудности подсчета возрастают.

Определение коэффициентов спектрального разложения главной части глубинной аномалии. Эта задача может быть решена при помощи интегральных формул Стрэттона-Чу [3, 5].

Опишем из 0 сферическую поверхность γ столь большого радиуса, чтобы неоднородность D оказалась внутри сферы. Пусть сфера γ нигде не пересекает земную поверхность Γ и не соприкасается с ней. Таким образом, $r_\Gamma > r_\gamma$, где r_Γ и r_γ — радиальные координаты точек M_Γ и M_γ , принадлежащих Γ и γ .

Выразим поле \mathbf{E}^D , \mathbf{H}^D на Γ через его значения на γ . Возбудители поля вне γ отсутствуют, а поле достаточно быстро затухает на бесконечности.

Поэтому можно воспользоваться формулами Страттона-Чу и записать:

$$\mathbf{E}^D = \int_{\gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^D) \text{grad } G + [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] \times \text{grad } G + i\omega\mu_0 [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] G \} dS, \quad (23)$$

$$\mathbf{H}^D = \int_{\gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^D) \text{grad } G + [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] \times \text{grad } G + \sigma [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] G \} dS,$$

где

$$G = G(\mathbf{r}_\Gamma | \mathbf{r}_\gamma) = \frac{e^{ik|\mathbf{r}_\Gamma - \mathbf{r}_\gamma|}}{4\pi|\mathbf{r}_\Gamma - \mathbf{r}_\gamma|} \quad (24)$$

а \mathbf{n} — единичный вектор нормали, внешней по отношению к γ .

Так как $r_\Gamma > r_\gamma$, то по аналогии с (7)

$$G = \frac{ik}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}_\Gamma) g_m^n(\mathbf{r}_\gamma), \quad (25)$$

где сферические гармоники f, g определяются согласно (8).

Подставляя (25) в (23), получаем:

$$\mathbf{E}^D = \frac{ik}{4\pi\sigma} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}_\Gamma) \alpha_m^n, \quad (26)$$

$$\mathbf{H}^D = \frac{ik}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}_\Gamma) \beta_m^n,$$

где

$$\alpha_m^n = -\sigma \int_{\gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] \times \text{grad } g_m^n + i\omega\mu_0 [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] g_m^n \} dS, \quad (27)$$

$$\beta_m^n = \int_{\gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] \times \text{grad } g_m^n + \sigma [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] g_m^n \} dS.$$

Сравним разложения (9) и (26). Очевидно, что эти разложения справедливы для точек любой сферы, проведенной из 0 с радиусом $r > r_\gamma$. Согласно (9), (26) на поверхности такой сферы

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}) (\alpha_m^n - \alpha_m^n) = 0, \quad (28)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^m (2m+1) \frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!} f_m^n(\mathbf{r}) (\beta_m^n - \beta_m^n) = 0.$$

Так как сферические гармоники ортогональны на сфере, то из (28) следует, что

$$\alpha_m^n = \alpha_m^n, \quad \beta_m^n = \beta_m^n. \quad (29)$$

Мы выразили коэффициенты разложения (9) через интегралы по сфере γ . Эти интегралы легко преобразуются в интегралы по земной поверхности Γ . Обратимся к электродинамическим аналогам формулы Грина [3]:

$$\int_V \mathbf{E}(\Delta U + k^2 U) dV = - \int_S \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}) \text{grad } U + [\mathbf{n} \times \mathbf{E}] \times \text{grad } U + i\omega\mu_0 [\mathbf{n} \times \mathbf{H}] U \} dS, \quad (30)$$

$$\int_V \mathbf{H}(\Delta U + k^2 U) dV = - \int_S \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}) \text{grad } U + [\mathbf{n} \times \mathbf{H}] \times \text{grad } U + \sigma [\mathbf{n} \times \mathbf{E}] U \} dS,$$

и применим их к области V , заключенной между Γ и γ . Пусть $\mathbf{E} = \mathbf{E}^D$, $\mathbf{H} = \mathbf{H}^D$, $U = g_m^n$, $S = \Gamma + \gamma$. Так как гармоника g_m^n удовлетворяет уравнению

Гельмгольца, то левые части формул (30) равны нулю. Следовательно,

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] \times \text{grad } g_m^n + i\omega\mu_0 [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] g_m^n \} dS = \\ & = - \int_{\Gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] \times \text{grad } g_m^n + i\omega\mu_0 [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] g_m^n \} dS, \\ & \int_{\Gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] \times \text{grad } g_m^n + \sigma [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] g_m^n \} dS = \\ & = - \int_{\Gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] \times \text{grad } g_m^n + \sigma [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] g_m^n \} dS, \end{aligned} \quad (31)$$

откуда с учетом (27) и (29)

$$\begin{aligned} a_m^n &= -\sigma \int_{\Gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] \times \text{grad } g_m^n + i\omega\mu_0 [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] g_m^n \} dS, \\ b_m^n &= \int_{\Gamma} \{ (\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}^D) \text{grad } g_m^n + [\mathbf{n} \times \mathbf{H}^D] \times \text{grad } g_m^n + \sigma [\mathbf{n} \times \mathbf{E}^D] g_m^n \} dS, \end{aligned} \quad (32)$$

где нормаль \mathbf{n} направлена внутрь области, содержащей неоднородность D .
Формулы (32) определяют коэффициенты a_m^n , b_m^n спектрального разложения главной части глубинной аномалии по полю, заданному на земной поверхности.

Схема интерпретации. Интерпретация электромагнитных аномалий по методу моментов должна состоять из трех этапов:

- 1) выделения главной части \mathbf{E}^D , \mathbf{H}^D глубинной аномалии,
- 2) определения коэффициентов a_m^n , b_m^n спектрального разложения поля \mathbf{E}^D , \mathbf{H}^D ,
- 3) вычисления мультипольных моментов низших порядков: $\mathbf{P}^{(1)}$, $\mathbf{M}^{(1)}$, $\mathbf{P}^{(2)}$.

Мы надеемся, что на этом пути может быть получена существенная информация о глубинной неоднородности.

Одной из наиболее интересных задач является определение центра избыточных токов. В качестве примера приведем формулы для координат центра $\text{Re } I_x^d$. Согласно (13), (18),

$$\begin{aligned} x_c &= \int_D \text{Re } I_x^d x dV / \int_D \text{Re } I_x^d dV = \text{Re} \left(\frac{a_{1x}^4 + a_{1x}^{-4}}{k^3} \right) / \text{Re} \left(\frac{a_{0x}}{k^2} \right), \\ y_c &= \int_D \text{Re } I_x^d y dV / \int_D \text{Re } I_x^d dV = \text{Re} \left(\frac{a_{1x}^4 - a_{1x}^{-4}}{ik^3} \right) / \text{Re} \left(\frac{a_{0x}}{k^2} \right), \\ z_c &= \int_D \text{Re } I_x^d z dV / \int_D \text{Re } I_x^d dV = 2 \text{Re} \left(\frac{a_{1x}^0}{k^3} \right) / \text{Re} \left(\frac{a_{0x}}{k^2} \right). \end{aligned} \quad (33)$$

Не менее интересен анализ моментов $\mathbf{P}^{(1)}$ и $\mathbf{M}^{(1)}$, позволяющий изучать соотношения между гальванической и индукционной частями аномалий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Страхов В. Н. Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1959, № 2, 244.
2. Рокитянский И. И. Исследование аномалий электропроводности методом магнито-вариационного профилирования. Киев: Наук. думка, 1975.
3. Бердичевский М. Н., Жданов М. С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981.
4. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.—Л.: Энергия, 1967.
5. Страттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.—Л.: Огиз, 1948.

Московский государственный университет
Институт земного магнетизма, ионосферы
и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию
27.XII.1982