

ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР

1987

ТОМ 296 № 1

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

УДК 550.837

ГЕОФИЗИКА

М.С. ЖДАНОВ, В.В. ЧЕРНЯК

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ В ЗЕМЛЕ

(Представлено академиком Е.П. Велиховым 6 III 1986)

1. Основной проблемой современной геоэлектрики является разработка методов интерпретации данных электромагнитных исследований, полученных в районах со сложным горизонтально-неоднородным строением геоэлектрического разреза. Перспективным направлением в интерпретации электромагнитных данных является подход, основанный на линеаризации обратной задачи. Этот подход обсуждался в работах Вайдельта [1], Стинсона и Олденбурга [2] и ряда других авторов.

В данной работе мы приведем алгоритм решения обратной задачи над двумерно-неоднородными разрезами, основанный на сведении ее к следующим процедурам: а) определение пространственного распределения избыточных токов, текущих в неоднородности, путем решения соответствующего линейного интегрального уравнения Фредгольма; б) определение электрического поля в области неоднородности с помощью квадратур по найденному распределению избыточных токов; в) вычисление избыточной электропроводности по электрическому полю и избыточному току в соответствии с законом Ома.

2. Задача формулируется следующим образом. Рассмотрим модель, в которой нормальный горизонтально-одноородный разрез с электропроводностью $\sigma_n(z)$ осложнен локальной неоднородной областью D с избыточной электропроводностью $\Delta\sigma(\mathbf{r}) = \Delta\sigma(x, z)$, меняющейся по осям x и z . Поле и среда однородны по y . При $z=0$ Земля граничит с однородной непроводящей атмосферой. Модель возбуждается внешним E -поляризованным полем. Токами смещения, как обычно, пренебрегаем. Магнитная проницаемость повсеместно равна μ_0 — проницаемости вакуума. Зависимость поля от времени выражена множителем $e^{-i\omega t}$. На поверхности Земли в интервале горизонтальной координаты X' и в интервале частот Ω задано электромагнитное поле $E(0, E_y, 0)$, $H(H_x, 0, H_z)$. Известен нормальный разрез модели и граница неоднородности. Необходимо найти аномальную электропроводность $\Delta\sigma(\mathbf{r})$.

3. Для решения данной задачи воспользуемся известными соотношениями

$$(1) \quad E_y(\mathbf{r}') = E_y^n(\mathbf{r}') + i\omega\mu_0 \iint_D j^D(\mathbf{r}) G_n(\mathbf{r}' | \mathbf{r}) dS,$$

где индекс n обозначает нормальное электрическое поле, $j^D(\mathbf{r}) = \Delta\sigma(\mathbf{r})E_y(\mathbf{r})$ — плотность избыточных токов, текущих в неоднородности D , $G_n(\mathbf{r}' | \mathbf{r})$ — функция Грина двумерного нормального разреза, определяемая уравнением

$$\Delta G_n(\mathbf{r}' | \mathbf{r}) + i\omega\mu_0 \sigma_n G_n(\mathbf{r}' | \mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}),$$

$\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$ — двумерная функция Дирака.

При заданных $E_y(\mathbf{r}')$ и $G_n(\mathbf{r}' | \mathbf{r})$ соотношение (1) представляет собой линейное интегральное уравнение Фредгольма первого рода относительно $j^D(\mathbf{r})$.

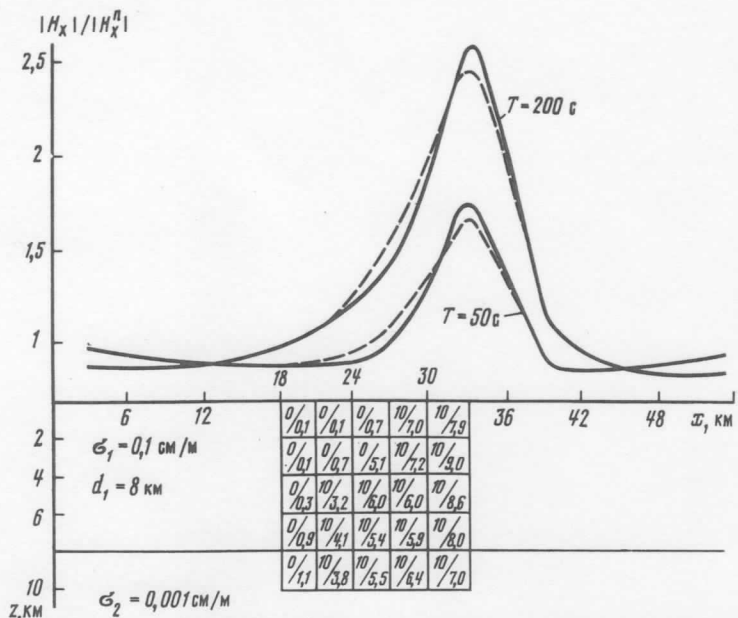


Рис. 1. Модель геоэлектрического разреза 1 (в каждой клетке в числителе дроби указано значение аномальной удельной электрической проводимости, в знаменателе — значение подобранной аномальной проводимости) и графики модуля компоненты H_x для двух периодов; здесь и на рис. 2 сплошная линия — график исходного поля, штриховая — подобранного

Отметим, что в принципе решение $j^D(r)$ уравнения (1) может быть неоднозначным, поскольку могут существовать распределения электрических токов, порождающих нулевое внешнее поле [3]. В то же время, согласно известным теоремам Вайдельта [4] и Гусарова [5], избыточная электропроводность $\Delta\sigma(r)$, определяемая по $j^D(r)$ и $E_y(r)$ в соответствии с законом Ома

$$(2) \quad \Delta\sigma(r) = j^D(r)/E_y(r),$$

в классе кусочно-аналитических функций находится единственным образом. Поэтому задача заключается в выработке наиболее удобного алгоритма нахождения $j^D(r)$, а по нему определения соответствующего $\Delta\sigma(r)$.

Для нахождения $j^D(r)$ будем минимизировать параметрический функционал Тихонова [6]:

$$(3) \quad M_\alpha(j^D) = I(j^D) + \alpha S(j^D),$$

где I — функционал невязки, S — стабилизирующий функционал, α — параметр регуляризации.

Функционал невязки, следуя [7], зададим так:

$$(4) \quad I(j^D) = \int_{\Omega} \int_{X'} |E_y^a - E_y^a(j^D)|^2 dx' d\omega + \int_{\Omega} \int_D |j^D - \Delta\sigma E_y(j^D)|^2 ds d\omega.$$

Здесь $E_y^a(j^D)$ — теоретически рассчитанное на профиле X' земной поверхности аномальное электрическое поле, отвечающее распределению избыточных токов j^D ;

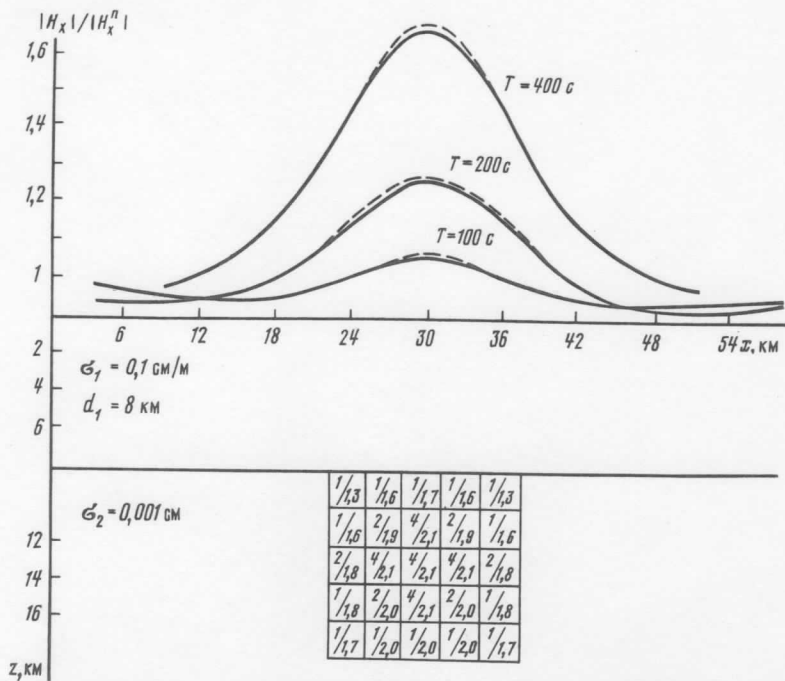


Рис. 2. Модель геоэлектрического разреза 2 и графики модуля компоненты H_x для трех периодов

E_y^a — наблюдаемое на профиле X' аномальное поле, Ω — интервал частот; $E_y(j^D)$ — теоретически рассчитанное внутри неоднородности полное поле; $\Delta\sigma$ — определяемая избыточная электропроводность, удовлетворяющая условию

$$\Delta\sigma(r) \geq -\sigma_n.$$

Стабилизатор зададим, следуя [6, 8]:

$$(5) \quad S(j^D) = \int_{\Omega} \iint_D |j^D - \Delta\sigma_0 E_y(j^D)|^2 ds d\omega,$$

где $\Delta\sigma_0$ — начальное приближение к искомому распределению $\Delta\sigma$, выбираемое по априорной информации.

4. Построим итерационную процедуру минимизации параметрического функционала M_α . Она должна состоять из внешнего и внутреннего циклов. Во внутренних циклах минимизируется параметрический функционал при фиксированном α , а во внешнем происходит выбор квазиоптимального значения параметра регуляризации α_{opt} .

Для минимизации параметрического функционала при фиксированном α применим следующий алгоритм.

Запишем соотношение между $(k+1)$ и k итерациями:

$$(6) \quad j_{k+1}^D(r) = j_k^D(r) + t_k p_k(r), \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где t_k — положительные константы, определяющие шаг итерации, а $p_k(r)$ — непрерывные функции приращения, определенные в D с метрикой $\|p\| = \max_{r \in D} |p(r)|$.

Примем, что функционал M_α дифференцируем. Тогда его первая вариация запишется следующим образом:

$$(7) \quad M_\alpha^1(j_k^D, p_k) = -2 \operatorname{Re} \int_{\Omega} \int_D p_k(r) q_k(j_k^D | r) ds d\omega,$$

$$q_k(j_k^D | r) = i\omega\mu_0 \int_{x'} G_n(r | r') [E_y^a(r') - E_y^a(j_k^D | r')]^* dx' +$$

$$+ i\omega\mu_0 \int_D \Delta\sigma_{k-1}(\tilde{r}) G_n(r | \tilde{r}) [j_k^D(\tilde{r}) - \Delta\sigma_{k-1}(\tilde{r}) \cdot$$

$$E_y(j_k^D | \tilde{r})]^* d\tilde{s} - [j_k^D(r) - \Delta\sigma_{k-1}(r) \cdot E_y(j_k^D | r)]^* +$$

$$+ \alpha [i\omega\mu_0 \int_D \Delta\sigma_0(\tilde{r}) \cdot G_n(r | \tilde{r}) \cdot [j_k^D(\tilde{r}) -$$

$$- \Delta\sigma_0(\tilde{r}) \cdot E_y(j_k^D | \tilde{r})]^* ds - [j_k^D(r) - \Delta\sigma_0(r) \cdot E_y(j_k^D | r)]^*],$$

где звездочка означает взятие сопряженной величины;

$$(8) \quad \Delta\sigma_{k-1}(r) = \begin{cases} \frac{\operatorname{Re} \int_{\Omega} j_{k-1}^D(r) E_y^*(j_{k-1} | r) d\omega}{\int_{\Omega} |E_y(j_{k-1}^D | r)|^2 d\omega} & \text{при } \frac{\operatorname{Re} \int_{\Omega} j_{k-1}(r) E_y^*(j_{k-1}^D | r) d\omega}{\int_{\Omega} |E_y(j_{k-1}^D | r)|^2 d\omega} > -\sigma_n, \\ -\sigma_n & \text{при } \frac{\operatorname{Re} \int_{\Omega} j_{k-1}^D E_y^*(j_{k-1} | r) d\omega}{\int_{\Omega} |E_y(j_{k-1}^D | r)|^2 d\omega} \leq -\sigma_n. \end{cases}$$

Необходимо, чтобы первая вариация функционала M_α была отрицательна. Это условие будет выполнено, если положить

$$(9) \quad p_k(r) \equiv q^*(j_k^D | r).$$

Шаг итерации выбирается из условия минимума функции $\Phi(r) = M_\alpha(j_k^D + tp_k)$. Начальное приближение задается условием $j_0^D = \Delta\sigma_0 E_y^n$. Таким образом строится последовательность $\{j_k^D, k = 0, 1, 2, \dots, n_\alpha\}$, минимизирующая параметрический функционал M_α при фиксированном α . Процесс завершается при том номере n_α , когда выполняется условие

$$M_\alpha(j_{n_\alpha}^D) = \min.$$

Выбор квазиоптимального значения α происходит во внешнем цикле процедуры. Техника выбора подробно описана в [7]. Очевидно, что функция $\Delta\sigma_{n_\alpha \text{ опт}}(r)$, соответствующая $j_{n_\alpha \text{ опт}}^D(r)$ и выбираемая согласно (8), не зависит от частоты, чисто действительна и удовлетворяет условию $\Delta\sigma_{n_\alpha \text{ опт}} \geq -\sigma_n$. Следовательно, она дает физически корректное решение обратной задачи.

5. Предложенный алгоритм реализован в виде комплекса программ на ЭВМ. Проиллюстрируем возможности алгоритма на модельных примерах.

Рассматриваются двумерные модели, в которых хорошо проводящие прямоугольные вставки погружены в слоистый нормальный разрез меньшей проводимости. Поле в моделях возбуждается плоской электромагнитной волной. Исходные аномальные поля рассчитывались методом интегральных уравнений. В модели 1 (рис. 1) проводящая вставка сложной формы расположена у поверхности раздела земля-воздух. Подбор проводился в прямоугольнике, включающем в себя искомую область. Прямоугольник разбивался на 25 ячеек, и в каждой определялась избыточная элек-

тропроводность. В клетках на рис. 1 в числителе дроби показана исходная аномальная проводимость, в знаменателе — подобранная. Подбор велся одновременно на 6 периодах. В модели 2 (рис. 2) неоднородность погружена глубоко в слоистый разрез. Избыточная электропроводность вставки меняется по осям x и z . Проводимость клетки определяется так же, как и на рис. 1. Подбор велся также на 6 периодах.

Над разрезами показаны исходное и подобранное магнитные поля: сплошная линия — исходное поле, штриховая — подобранное.

Как видим, для обеих моделей удалось подобрать параметры аномальных областей, обеспечивающие высокую степень близости заданных и рассчитанных полей (среднеквадратическое расхождение между ними не превышает 4%). Вместе с тем параметры модели 1 при этом подобраны значительно лучше, чем в случае модели 2. Это объясняется удаленностью аномальной зоны во 2-й модели от поверхности наблюдения и ее экранированием верхним проводящим слоем.

6. Важной особенностью предлагаемого алгоритма является свобода в выборе способов параметризации искомого распределения электропроводности $\Delta\sigma(r)$. Выше при модельных расчетах мы рассмотрели простейший способ параметризации, основанный на разбиении неоднородной области D на элементарные однородные прямоугольные ячейки. Однако этот способ параметризации не является оптимальным, поскольку число элементарных ячеек может оказаться излишне большим, что может привести к недостаточно устойчивым результатам (с этим, в частности, связано некоторое количественное расхождение заданных и подобранных проводимостей элементарных ячеек при 4% точности подбора полей на 6 периодах). В этой связи перспективным представляется метод параметризации, описанный в [9] и основанный на аппроксимации распределения $\Delta\sigma(r)$ финитными функциями, зависящими от небольшого числа параметров. Сочетание метода финитных функций с описанным выше оптимизационным алгоритмом может оказаться наиболее перспективным подходом к решению двумерной обратной задачи электромагнитной индукции в Земле.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн
Академии наук СССР
Троицк Московской обл.

Поступило
2 VI 1986

ЛИТЕРАТУРА

1. Weidelt P. — Phys. Earth and Planet. Inter., 1975, vol. 10, p. 282–291.
2. Stinson K., Oldenburg D. In: Proc. of VI Workshop on electromagnetic induction in the Earth and Moon. Victoria, Canada, 1982, p. 8.4.
3. Светов Б.С., Губатенко В.П. — Радиотехника и электроника, 1985, № 4, с. 31–40.
4. Weidelt P. Entwicklung and Erprobung eines Verfahrens zur Inversion weidimensionalen Leitfähigkeitsstrukturen in E-Polarisation. Dissertation. Göttingen; Göttingen Univ., 1978.
5. Гусаров А.Л. В сб.: Математические модели задач геофизики. М.: Изд-во МГУ, 1981, с. 31–60.
6. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 288 с.
7. Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981. 327 с.
8. Жданов М.С., Вайдельт П., Черняк В.В. В сб.: Математическое моделирование электромагнитных полей. М., 1983, с. 69–78.
9. Жданов М.С., Голубев Н.Г. В сб.: Алгоритмы и программы решения прямых и обратных задач электромагнитной индукции в Земле. М., 1983, с. 31–47.

А.В. КАЛИНИН, Л.М. КУЛЬНИЦКИЙ, А.С. ПОЛЯКОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОТРАЖЕННЫХ ВОЛН
ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ПОСТСЕДИМЕНТАЦИОННОГО ФОРМИРОВАНИЯ
МОРСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ

(Представлено академиком Е.М. Сергеевым 24 V 1986)

Возможность использования данных сейсмоакустических исследований на акваториях для изучения постседиментационного преобразования морских отложений представляет интерес как для разработки теории литогенеза, так и для решения практических задач, связанных с рациональным использованием ресурсов Мирового океана. Благоприятным объектом для выяснения возможности такого использования сейсмоакустических исследований послужили миоцен-четвертичные, преимущественно глинистые отложения мощностью более 1000 м юго-западной части Черного моря. Состав, строение и физико-механические свойства этих отложений, вскрытых скважиной 380—380 А, пробуренной с нис "Гломар Челленджер", были подвергнуты детальному исследованию. Наиболее чувствительными к постседиментационному преобразованию рассматриваемых осадков и пород оказались их микростроение и физико-механические свойства, по показателям которых в разрезе выделено пять зон литификации, объединенных в стадии литогенеза [1]. Вблизи этой скважины проведено детальное сеймопрофилирование с электроискровым излучателем упругих волн.

Уникальное сочетание выполненных литологических и геофизических работ позволило рассмотреть в настоящей работе эффективность обработки материалов сейсмоакустических исследований для оценки степени литификации морских отложений.

Методика полевых наблюдений и способы обработки. Сейсмоакустические исследования проводились по двум методикам — одноканальным сеймопрофилированием и круговым зондированием [5]. Последняя использовалась с целью получения большего числа точек наблюдения на площади диаметром около 500 м, в пределах которой исследуемый разрез можно считать практически неизменным. Параметры возбуждения в обоих случаях составляли: электрическая энергия 5 кДж на электрод, количество излучателей 6, центральная частота возбуждения 75 Гц, глубины погружения источников и приемника примерно 5—6 м. Общая длительность упругого импульса, формирующего сеймотрассу, составила около 14 мс, расстояние между точками по профилю примерно 50 м.

Спектр волны, отраженной от границы в толще осадков, для случая нормального падения можно записать в виде

$$S_i(\omega) = S_0(\omega) e^{-m_i \omega} K_i C_i(\omega) \prod_{k=0}^{i-1} (1 - K_k^2),$$

где $S_0(\omega)$ — амплитудный спектр падающей волны, K_i — коэффициент отражения от i -й границы раздела, m_i — параметр поглощения, накопленный i -й волной, причем

$m_i = 2 \sum_{k=1}^{i-1} \beta_{0k} h_k$, где β_{0k} — константы поглощения вышележащих пластов, h_k — их мощности, $C_i(\omega)$ — частотная характеристика рассеяния на шероховатостях i -й отражающей границы.