

**ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР**

1988

ТОМ 301 № 4

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ми, но и в уменьшении максимальных скоростей и тем самым в уменьшении десорбции из дна. Учитывая важность этого вывода для планирования водоохранных мероприятий, необходимо провести дополнительные исследования для уточнения коэффициента β , который оценен в статье весьма предварительно. Расчеты показали, что за время весеннего половодья с каждого водосбора будет смыто в растворенном состоянии $\sim 0,5\%$ ^{90}Sr и $\sim 0,1\%$ ^{137}Cs от всего запаса этих РН. Это существенно меньше соответствующих величин для РН глобального происхождения [3] и обусловлено различием в содержании обменных форм. В сорбированном состоянии РН будет смыто значительно меньше из-за того, что снеготаяние с открытых мест в соответствии с гидрологическим прогнозом должно было происходить по промерзлой почве. Основной вывод прогноза: ни весной 1987 г., ни в последующем не будет превышения допустимых концентраций в реках ($4 \cdot 10^{-10}$ КИ/л для ^{90}Sr ; $1,5 \cdot 10^{-8}$ КИ/л для ^{137}Cs). Однако в зависимости от объемов талого стока может меняться суммарное количество РН, выносимых в Киевское водохранилище. Результаты наблюдений за радиационной обстановкой на реках весной 1987 г. подтвердили вывод прогноза.

Институт экспериментальной метеорологии
Обнинск Калужской обл.

Поступило
21 IV 1988

ЛИТЕРАТУРА

1. Израиль Ю.А. и др. — Метеорол. и гидрол., 1987, № 2, с. 5–18. 2. Махонько К.П. и др. — Там же, 1977, № 10, с. 62–66. 3. Павлоцкая Ф.И. Миграция радиоактивных продуктов глобальных выпадений в почвах. М.: Атомиздат, 1974, с. 215. 4. Прохоров В.М. Миграция радиоактивных загрязнений в почвах. М.: Энергоиздат, 1981, с. 97.

УДК 550.837

ГЕОФИЗИКА

М.С. ЖДАНОВ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТОМОГРАФИЯ

(Представлено академиком Е.П. Велиховым 21 III 1988)

1. В последнее десятилетие наблюдается интенсивное развитие методов электромагнитного зондирования Земли как с естественными, так и искусственными (контролируемыми) источниками поля. Основной особенностью современных методик электромагнитного зондирования является переход к площадным системам регистрации всех компонент электромагнитного поля, позволяющим получать пространственно-временную картину распределения поля на земной поверхности. В связи с этим актуальной становится задача построения трехмерного изображения неоднородной проводящей Земли ("геоэлектрического изображения" разреза) по зарегистрированным на земной поверхности электромагнитным полям. Решение этой задачи может быть получено на основе методов аналитического продолжения и миграции электромагнитных полей, разработанных в [1–7] и реализованных в настоящее время в виде соответствующих алгоритмов и программ, позволяющих восстанавливать поля внутри неоднородной проводящей среды. При этом появляется возможность последовательной визуализации геоэлектрических разрезов вдоль вертикальных плоскостей, рассекающих трехмерную геологическую среду. Изображение среды получается, как будет показано ниже, путем последовательного скани-

рования разреза вдоль заданных вертикальных плоскостей сверху вниз и объединения изображения отдельных вертикальных слоев в единую трехмерную модель среды.

Описанный подход к проблеме построения геоэлектрического изображения среды естественно назвать по аналогии с методами интроскопии, применяемыми в других областях естествознания, электромагнитной томографией. Подчеркнем, что при этом речь идет не о прямом переносе известных принципов рентгеновской (компьютерной) томографии [8] или сейсмической томографии [9] на электромагнитные методы, а о создании специфических способов интерпретации результатов площадных электромагнитных зондирований, позволяющих получать послойные геоэлектрические изображения внутреннего строения Земли. В данной статье мы постаемся сформулировать основные принципы электромагнитной томографии.

2. В качестве базисной геоэлектрической модели среды мы рассмотрим квазигоризонтально-слоистую модель, состоящую из конечного числа слоев, однородных по вертикали и характеризующихся достаточно медленными латеральными изменениями электропроводности $\sigma_n(x, y, z)$. В рамках данной модели задача электромагнитной томографии заключается в построении серии изображений вертикальных разрезов среды, отражающих величины удельных электропроводностей слоев и форму разделяющих их границ.

Поясним общие идеи визуализации геоэлектрических разрезов на примере простейшей одномерной слоистой модели, возбуждаемой плоской, вертикально падающей монохроматической электромагнитной волной (зависимость поля от времени выражается множителем $\exp(-i\omega t)$, токами смещения, как обычно, пренебрегаем [1]). Проводимость первого слоя σ_1 , его мощность h , проводимость второго слоя σ_2 и т.д., магнитная проницаемость повсеместно равна μ_0 – проницаемости вакуума.

Предположим, что на поверхности Земли (при $z = 0$) известны компоненты $E_y(0, \omega)$ и $H_x(0, \omega)$ электромагнитного поля во всем диапазоне частот $0 \leq \omega < \infty$. Тогда, как известно, величину σ_1 можно определить, например, по высокочастотной асимптотике импеданса. Располагая информацией о σ_1 , аналитически продолжим компоненту E_y внутрь первого слоя [1]. Результаты такого продолжения позволяют, как мы увидим, определить не только кровлю второго слоя, но и его удельную электропроводность σ_2 . В самом деле, представим E_y в пределах первого слоя в виде суммы восходящего u (upgoing) и нисходящего d (downgoing) полей:

$$(1) \quad E_y(z, \omega) = u(z, \omega) + d(z, \omega),$$

где

$$(2) \quad u(z, \omega) = A(\omega) \exp(-ik_1 z); \quad d(z, \omega) = B(\omega) \exp(ik_1 z);$$

$0 \leq z \leq h$ (ось z – направлена вниз);

$$(3) \quad k_1 = \sqrt{i\omega\mu_0\sigma_1}, \quad \operatorname{Re} k_1 > 0, \quad \operatorname{Im} k_1 > 0;$$

A, B – коэффициенты, определяемые из граничных условий.

Можно показать, что над двуслойным разрезом на любой частоте, а над многослойным разрезом в области достаточно высоких частот

$$(4) \quad u(h, \omega)/d(h, \omega) = (\sqrt{\sigma_1} - \sqrt{\sigma_2})/(\sqrt{\sigma_1} + \sqrt{\sigma_2}) = \alpha_{12},$$

где α_{12} – коэффициент отражения подошвы первого слоя.

Соотношение (4) записано для $z = h$. Вместе с тем всюду внутри первого слоя это отношение, согласно (2), равно

$$(5) \quad u(z, \omega)/d(z, \omega) = \alpha_{12} \exp[2ik_1(h - z)], \quad 0 \leq z \leq h.$$

Таким образом, мы видим, что всюду внутри первого слоя отношение восход-

дящих и нисходящих полей комплексно и зависит от частоты ω , однако на подошве первого слоя это отношение, согласно (4), чисто вещественно и не зависит от частоты. Следовательно, в качестве критерия выделения геоэлектрической границы может быть, так же как в сейсморазведке [7, 10], взято условие постоянства разности фаз между нисходящими и восходящими полями в заданном диапазоне частот. Отметим, что по существу этот способ представляет собой развитие способа послойной интерпретации, предложенного применительно к задачам МТЗ в [11].

Для практической реализации данного критерия введем понятие кажущегося коэффициента отражения α_k , определив его формулой

$$(6) \quad \alpha_k(z, \omega) = u(z, \omega)/d(z, \omega).$$

Ввиду (5) при $z = h$

$$(7) \quad \operatorname{Re} \alpha_k(h, \omega) = \alpha_{12}, \quad \operatorname{Im} \alpha_k(h, \omega) = 0.$$

Для более надежного выделения подошвы первого слоя определим нормированный кажущийся коэффициент отражения:

$$(8) \quad \alpha_k^n(z, \omega) = \alpha_k(z, \omega)/|\alpha_k(z, \omega)|.$$

Выполним расчет восходящих и нисходящих полей и, соответственно, $\alpha_k^n(z, \omega)$ для целого набора частот $\omega_j, j = 1, 2, \dots, N$, и осредним полученный результат:

$$(9) \quad \alpha_k^n(z) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \alpha_k^n(z, \omega_j).$$

Всюду выше и ниже геоэлектрической границы такая операция приводит, очевидно, к уменьшению $\alpha_k^n(z)$ из-за сдвига фаз осредняемых величин (разнофазное суммирование), причем с ростом числа осредняемых частот $\alpha_k^n(z)$ стремится к нулю. На самой границе $z = h$ ввиду равенства фаз осредняемых величин (синфазное суммирование)

$$(10) \quad \alpha_k^n(h) = 1.$$

Последнее соотношение является основным критерием для определения глубины подошвы первого слоя h .

Согласно (7)

$$(11) \quad \operatorname{Re} \alpha_k(h, \omega) = \alpha_{12} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \alpha_k(h, \omega_j),$$

откуда с учетом (4) находим формулу для определения σ_2 :

$$(12) \quad \sigma_2 = \left[\left(1 - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \alpha_k(h, \omega_j) \right) / \left(1 + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \alpha_k(h, \omega_j) \right) \right]^2 \sigma_1.$$

Описанный алгоритм допускает простое обобщение на случай многослойного разреза. В самом деле, если разрез состоит из двух и более слоев, то процедура визуализации глубинных геоэлектрических границ осуществляется последовательно сверху вниз, причем на каждом шаге выбирают такой диапазон временных частот, чтобы глубина проникновения поля достигала исследуемых слоев. Иными словами, осуществляется последовательное сканирование разреза сверху вниз.

3. Мы проиллюстрировали схему построения изображения глубинного геоэлектрического разреза на примере простейшей модели горизонтально-слоистой среды, возбуждаемой вертикально-падающей плоской электромагнитной волной. Вместе с тем, нетрудно убедиться, что аналогичный подход справедлив и для двумерных или трехмерных геоэлектрических моделей, представленных квазигоризонтально-слоистыми средами с медленными латеральными изменениями электропроводности.

При этом алгоритм визуализации геоэлектрических границ, как и выше, основывается на следующих операциях: а) раздельное продолжение нисходящих $d(r, \omega)$ и восходящих $u(r, \omega)$ полей в нижнее полупространство; б) определение с помощью продолженных полей локальных кажущихся коэффициентов отражения

$$(13) \quad \alpha_{kl}(r, \omega) = u(r, \omega)/d(r, \omega)$$

и их нормированных значений

$$(14) \quad \alpha_{kl}^n(r, \omega) = \alpha_{kl}(r, \omega)/|\alpha_{kl}(r, \omega)|$$

(где r – радиус-вектор соответствующей точки среды); в) многочастотное суммирование указанных величин в каждой точке среды и визуальное выделение линий или поверхностей (в трехмерном случае), отвечающих синфазному суммированию; г) определение истинных удельных сопротивлений разреза по формулам типа (12).

4. Краевым камнем изложенных выше алгоритмов визуализации геоэлектрического разреза является восстановление (аналитическое продолжение) нисходящих и восходящих полей в нижнем полупространстве. Эта задача может быть решена с помощью методов разделения и аналитического продолжения электромагнитных полей, разработанных в [1, 4, 6, 7].

В самом деле, представим электромагнитное поле \mathbf{E}, \mathbf{H} на поверхности Земли (и в пределах примыкающего к земной поверхности однородного слоя Земли с проводимостью σ_1) в виде суммы восходящих $\mathbf{E}^u, \mathbf{H}^u$ (т.е. главной части аномального поля $\mathbf{E}^u = \mathbf{E}^A, \mathbf{H}^u = \mathbf{H}^A$ – согласно терминологии работы [1]) и нисходящих $\mathbf{E}^d, \mathbf{H}^d$ полей ($\mathbf{E}^d = \mathbf{E} - \mathbf{E}^u; \mathbf{H}^d = \mathbf{H} - \mathbf{H}^u$). Методика выделения главной части аномального поля детально разработана в [1, 4, 6]. Следующий этап – аналитическое продолжение восходящих и нисходящих полей в нижнее полупространство. Эта процедура наиболее просто реализуется с помощью пространственно-временных фурье-преобразований поля:

$$(15) \quad \{\mathbf{e}^u(z), \mathbf{h}^u(z)\} = \{\mathbf{e}^u(0), \mathbf{h}^u(0)\} \exp(\nu z),$$

$$(16) \quad \{\mathbf{e}^d(z), \mathbf{h}^d(z)\} = \{\mathbf{e}^d(0), \mathbf{h}^d(0)\} \exp(-\nu z).$$

Здесь $\nu = (k_x^2 + k_y^2 - i\omega\mu_0\sigma_1)^{1/2}$, $\text{Re } \nu > 0$; $\mathbf{e}(z), \mathbf{h}(z)$ – пространственно-временные спектры поля на уровне z [1].

Таким образом, с помощью соотношений (15), (16) и обратного фурье-преобразования спектров поля мы можем восстановить восходящие и нисходящие поля в пределах первого слоя и на их основе рассчитать локальные кажущиеся коэффициенты отражения (14). Затем с помощью описанного в п. 3 алгоритма восстанавливается положение первой геоэлектрической границы и параметры второго слоя. Повторяя эти операции для последующих слоев, мы получаем изображение всего геоэлектрического разреза.

В качестве иллюстрации работы изложенного алгоритма визуализации рассмотрим пример геоэлектрической модели, представленной однородным полупространством с прямоугольным проводящим включением (рис. 1). Изолиния $\alpha_{kl}^n = 1$ дает четкое изображение геоэлектрической границы, при переходе через которую удельная электропроводность скачкообразно меняется от σ_1 к σ_2 .

В трехмерных ситуациях аналогичные построения проводятся для серии вертикальных разрезов, и их совокупность образует изображение неоднородной среды.

5. Основное ограничение изложенного выше подхода обусловлено тем, что аналитическое продолжение является некорректно поставленной задачей и, в принципе, восходящее поле не может быть продолжено ниже особых точек аномального поля. Замечательно, что описанные идеи электромагнитной томографии, т.е. визуализации геоэлектрического разреза, могут быть реализованы и с помощью миграционных преобразований поля, которые, как известно, описываются устойчивыми алгоритмами [2–6].

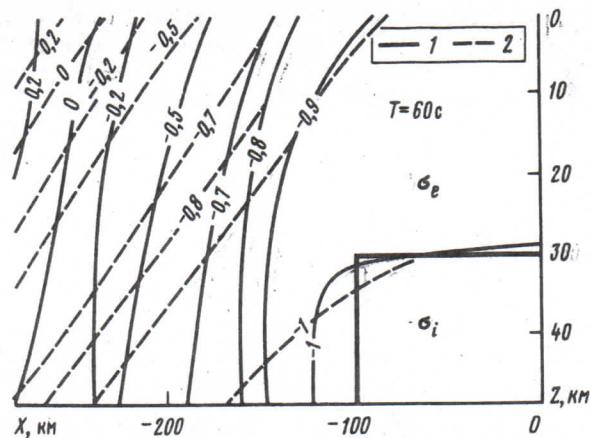


Рис. 1. Геоэлектрическая модель, состоящая из однородного полупространства с проводимостью $\sigma_e = 10^{-3}$ См/м с прямоугольным проводящим включением ($\sigma_i = 1$ См/м). 1 – изолинии реальной части α_{kl}^n , полученные на основе аналитического продолжения; 2 – изолинии реальной части α_{kl}^{mn} , полученные с помощью миграции.

В самом деле, нетрудно показать, что процедура миграции восходящих полей в частотной области может быть записана в виде

$$(17) \quad \{e^{um}(z), h^{um}(z)\} = \{e^u(0), h^u(0)\} \exp(-\tilde{\nu}z),$$

где $e^{um}(z)$, $h^{um}(z)$ – пространственно-временные спектры миграционных полей на уровне z ; $\tilde{\nu}$ – величина, комплексно-сопряженная ν :

$$\tilde{\nu} = (k_x^2 + k_y^2 + i\omega\mu_0\sigma)^{1/2}, \operatorname{Re} \tilde{\nu} > 0.$$

Сравнивая преобразования (17) и (15), видим, что фазовые частотные характеристики этих трансформаций полностью совпадают, в то время как амплитудные существенно различаются. Это означает, что миграционное преобразование, искажая форму восходящего поля (уменьшая его амплитуду), правильно восстанавливает его фазу! Вместе с тем принципы визуализации геоэлектрических границ основаны именно на совпадении фаз восходящего и нисходящего полей. Следовательно, мы можем воспользоваться миграционным полем для получения изображения разреза.

Назовем локальным миграционным кажущимся коэффициентом отражения отношение миграционного преобразования восходящего поля $u^m(r, \omega)$ к нисходящему полю $d(r, \omega)$:

$$(18) \quad \alpha_{kl}^m(r, \omega) = u^m(r, \omega)/d(r, \omega).$$

Нормированный миграционный коэффициент отражения $\alpha_{kl}^{mn} = \alpha_{kl}^m / |\alpha_{kl}^m|$ обладает всеми теми свойствами, что и α_{kl}^n , а это значит, что описанный выше алгоритм визуализации геоэлектрических границ по α_{kl}^n может быть полностью повторен и применительно к анализу параметра $\alpha_{kl}^{mn}(r, \omega)$. Пример расчетов последнего для двумерной модели также приведен на рис. 1.

Заметим в заключение, что на практике могут быть использованы алгоритмы продолжения и миграции электромагнитного поля как внутри однородной, так и неоднородной среды [1, 4, 6, 7]. В последнем случае области применения метода значительно расширяются. Выбор того или иного способа визуализации должен определяться существом решаемых геоэлектрических задач.

Изложенные выше принципы электромагнитной томографии могут быть применены не только в геофизике, но и при решении задач интроскопии в других областях науки и техники.

Автор выражает благодарность Н.В. Баглаенко, выполнившей модельные расчеты.

Институт земного магнетизма,
ионосфера и распространения
радиоволн
Академии наук СССР
Троицк Московской обл.

Поступило
25 IV 1988

ЛИТЕРАТУРА

1. Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М.: Недра, 1981. 327 с.
2. Zhdanov M.S., Frenkel M.A. – J. Geomagn. Geoelectr., 1983, vol. 35, p. 747–765.
3. Жданов М.С., Френкель М.А. – Изв. АН СССР. Физика Земли, 1984, № 4, с. 60–74.
4. Жданов М.С. Аналоги интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.: Наука, 1984. 326 с.
5. Velikhov Ye.P., Zhdanov M.S., Frenkel M.A. – PEPI, 1987, vol. 45, p. 149–160.
6. Zhdanov M.S. Integral transforms in geophysics. Heidelberg: Springer, 1988. 365 p.
7. Lee S., McMechan G.A., Aiken C.L.V. – Geophysics, 1987, vol. 52, № 5, p. 678–694.
8. Арсенин В.Я. Некорректные задачи естествознания. М.: Изд-во МГУ, 1987, с. 171–184.
9. Chiu S.K.L., Kanasewich E.R., Phadke S. – Geophysics, 1986, vol. 51, № 8, p. 1559–1571.
10. Клаербоут Дж.Ф. Теоретические основы обработки геофизической информации с приложением к разведке нефти. М.: Недра, 1981. 356 с.
11. Светов Б.С., Хализов А.Л. В кн.: Прикладная геофизика. М.: Недра, 1976, с. 142–146.

УДК 550.344

ГЕОФИЗИКА

А.Г. ФАТЬЯНОВ, Б.Г. МИХАЙЛЕНКО

МЕТОД РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ В НЕУПРУГИХ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

(Представлено академиком А.С. Алексеевым 20 III 1987)

В последние годы в сейморазведке и сейсмологии происходит активный процесс формирования математических моделей, описывающих распространение сейсмических волн в реальных средах. Необходимость учета все возрастающего числа физических эффектов, связанных с распространением волн в неоднородных средах, приводит к математическим моделям большой сложности. Постановка для таких моделей вычислительного эксперимента на ЭВМ требует дальнейшего развития методов расчета полных сейсмических полей в неоднородных средах. Такие методы для упругих сред разработаны в ВЦ СО АН СССР [1, 2].

В настоящей работе предлагается полуаналитический метод решения прямых динамических задач сейсмики для неоднородных сред Больцмана с линейным последействием.

Рассмотрим цилиндрическую систему координат (r, φ, z) в полупространстве $z > 0$ и возьмем связь между напряжениями и деформациями в виде больцмановских соотношений, в которых упругие параметры Ляме λ и μ заменяются интеграль-